

MEDICIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD EN LA INDUSTRIA MANUFACTURERA DEL RISARALDA.

INTRODUCCIÓN

La economía del Departamento del Risaralda está ampliamente fundamentada en la actividad industrial, especialmente en lo que tiene que ver con la actividad productiva de su área metropolitana. En los años noventa esta industria manufacturera, al igual que gran parte del resto de la actividad económica, presenta signos de estancamiento y aún retroceso.

Todavía no son claros los factores determinantes de la coyuntura que enfrenta actualmente la Industria Risaraldense, pero ellos en alguna medida están relacionados con las condiciones de productividad del sector. Esta hipótesis es aún más evidente en un nuevo entorno de apertura y compe-

tencia internacional como el que enfrenta la actividad.

Este ensayo busca confrontar la hipótesis referida, para lo cual se ve la necesidad de medir la productividad del sector manufacturero utilizando como indicador la productividad total de los factores (PTF). En una primera etapa del trabajo se aborda el análisis y la medición de la productividad en el sector Industrial en forma agregada. En etapas posteriores se harán mediciones para las distintas ramas de la actividad Industrial.

En las dos primeras secciones se abordará la discusión teórica y metodológica necesarias para la medición de la PTF y el análisis de la estructura de la función de producción Cobb-Douglas, la cual fue seleccionada para establecer las relaciones pertinentes entre el producto industrial (Valor Agregado) y los insumos Capital y trabajo.

En la sección tercera se desarrolla el modelo econométrico utilizado para calcular los parámetros α y β de la función Cobb-Douglas, necesarios para medir el incremento en la

PTF. Finalmente en la cuarta sección se presentan las conclusiones a que dan lugar los resultados del ejercicio econométrico.

¿ COMO MEDIR LA PRODUCTIVIDAD?

La productividad es una relación de producto e insumos. Cuando es un sólo insumo y un sólo producto no existe problema alguno en su definición, pero cuando se trata de varios insumos es necesario tener un proceso de combinación. A nivel agregado la medida que se utiliza en la mayoría de los estudios empíricos es la productividad total de los factores (PTF).

Existen medidas alternativas como la productividad labo-



ral o del capital, que solo toman en cuenta uno de los insumos, atribuyendo a este efectos que pueden deberse al incremento en el uso de otros que le son complementarios. Por ello se ha considerado a la PTF como el instrumento más apropiado.

Sin embargo persisten los problemas por el lado de la medición de los factores. En el caso del capital en Colombia nunca se ha hecho una medición directa del acervo de capital, ni se tienen datos sobre la utilización de la capacidad instalada para corregir la serie construida, pues lo que interesa es el capital usado. Con el trabajo existen problemas en la agregación, por la heterogeneidad en sus calidades.

Los analistas de la economía han optado entonces por estimar el stock acudiendo a la metodología desarrollada inicialmente por Arnold Harberger¹. Frente a las dificultades para conocer el nivel de uso del capital, se ha acudido a ese factor para explicar las variaciones en el tiempo de la PTF. De otro lado, ante la heterogeneidad en las calidades del trabajo, algunos analistas han dividido a los trabajadores por grupos según calidades y

otros simplemente han utilizado las diferencias para explicar los incrementos en la PTF.

En cuanto a la estimación de la serie del stock de capital, Harberger propuso a finales de los sesenta calcular un monto inicial dividiendo el promedio de inversión bruta durante un período determinado por la suma de las tasas supuestas de depreciación y de crecimiento del stock de capital. A partir de dicho monto sería simple calcular la serie, agregando en forma acumulada el nivel de inversión neta de cada año.

En términos formales, el método de Harberger puede expresarse en la siguiente ecuación:

$$K_t = IB^* / (\delta + \gamma),$$

$$K_{t+1} = IB_{t+1} + K_t - \delta i - \delta c,$$

Con :

- K_t**: stock inicial de capital.
- IB***: inversión bruta media del período.
- IB_{t+i}**: inversión bruta del año t+i.
- δ**: tasa supuesta de depreciación.
- γ**: tasa supuesta del stock de crecimiento del capital.
- δi**: tasa supuesta de depreciación de la inversión bruta.
- δc**: tasa supuesta de depreciación del stock de capital.

Para los objetivos de este trabajo, el procedimiento

propuesto por Harberger presenta dificultades vinculadas con la carencia de argumentos teóricos y empíricos para establecer supuestos sobre las tasas de depreciación y crecimiento del capital en la industria del departamento del Risaralda.

De manera más reciente Eduardo Lora² planteó la posibilidad de suponer no las tasas de depreciación y crecimiento del capital, sino más bien considerar constante la relación capital-producto, con lo cual las tasas de crecimiento del capital y del producto tienden a ser iguales en el largo plazo. Por lo tanto,

$$\Delta K/K = \Delta PIB/PIB,$$

Con:

- K**: stock de capital.
- PIB**: producto interno bruto.

Dado que ΔK equivale a la inversión neta en capital fijo (IN), la ecuación anterior puede reescribirse como:

$$IN/K = \Delta PIB/PIB$$

Dividiendo y multiplicando por PIB,

$$(IN/PIB)(PIB/K) = \Delta PIB/PIB$$

$$K/PIB = (IN/PIB)/(\Delta PIB/PIB),$$

Donde:

$K/PIB = k$: relación capital - producto
 $IN/PIB = h$: coeficiente de inversión neta.

$\Delta PIB/PIB = g$: tasa de crecimiento del producto.

En consecuencia,

$$k = h/g$$

Los coeficientes **h** y **g** pueden estimarse como promedios de un período, obteniendo así el valor de **k**. Ahora, para calcular la serie del stock de capital se parte de un valor inicial K_t "centrado" en la mitad del período en análisis, monto al que se llega mediante la siguiente ecuación:

$$K_t = kPIB^*,$$

con:

PIB^* : valor promedio del período.

Este valor sirve de punto de partida para calcular el capital en cualquier instancia del tiempo considerado mediante el uso iterativo de la siguiente expresión:

$$K_{t+1} = K_t + IN_{t+1}.$$

Debe mencionarse que en un trabajo reciente sobre desarrollo económico Colombiano José Antonio Ocampo aporta evidencia empírica que cuestiona la estabilidad de la relación capital-producto en la economía colombiana³. Según

este ensayo, en el período 1945-1990 se pueden identificar cinco fases de ascenso y descenso que coinciden en gran medida con las cinco etapas de desarrollo Colombiano que se observan en el período de posguerra. Por ello dicho autor se inclina por la alternativa de suponer unos montos iniciales de capital y unos ritmos de depreciación económica, para construir la serie de stock de capital. La dificultad está en definir ese monto inicial de capital para la industria Risaraldense.

En un trabajo reciente sobre ahorro y crecimiento⁴, los autores proponen una transformación de la ecuación de cálculo de la relación capital-producto que elimina la necesidad de suponer que esta sea constante, pero exige un supuesto alternativo sobre la tasa de depreciación del capital:

$$k_t = [(1-\delta)/(1 + g_t)]k_{t-1} + i_t.$$

Con:

g_t : tasa de crecimiento del PIB en el año t ,

i_t : razón de inversión bruta a producto en el año t .

Para los propósitos de este trabajo se considera apropiado calcular la serie del stock

de capital utilizando el procedimiento recomendado por Eduardo Lora. Esto pues el mismo supuesto sobre la constancia de la relación capital-producto es coherente con la restricción implícita en la función de producción Cobb-Douglas, en lo que tiene que ver con la elasticidad de sustitución constante e igual a uno.

La medida de la productividad total de los factores (PTF) se fundamenta en la teoría económica de la producción. Para su cálculo se parte de la función de producción Coob-Douglas, la cual se abordará desde el punto de vista teórico y estructural en la sección siguiente.

La tasa de crecimiento de la productividad total de los factores (ΔPTF) se define como la diferencia entre la tasa de crecimiento real del producto y la tasa de crecimiento de los factores. Esta última es un promedio ponderado por la participación de cada factor en el producto:

$$\Delta PTF = \Delta PIB - [\alpha \Delta L + \beta \Delta K]$$

Donde:

ΔPIB : Crecimiento anual del Producto Interno Bruto o el Valor Agregado

α : La participación del trabajo en la generación del producto o valor agregado

ΔL : Tasa de crecimiento anual del trabajo

β : La participación del capital en la generación del producto o valor agregado

ΔK : Tasa de crecimiento anual del capital

Los parámetros α y β pueden ser calculados mediante procedimientos econométricos, partiendo de la función de producción Coob-Douglas. Las tasas de crecimiento del valor agregado, el capital y el trabajo se obtienen mediante los procedimientos convencionales.

En todos los casos se parte de datos estadísticos sobre la actividad o sector económico al que se desea medir la PTF. En este estudio se utilizará la información estadística aportada por el DANE en su Encuesta Anual Manufacturera.

Según la ecuación, el crecimiento del producto industrial puede deberse a la mayor acumulación de factores productivos (capital, trabajo, otros) o a la mayor productividad con la que se em-

pleen estos factores. En el caso de países se ha encontrado a nivel empírico que, a medida que se avanza en el proceso de desarrollo, el aporte de la productividad al crecimiento domina cada vez más frente a la mayor disponibilidad de factores⁵.

Algo similar podría esperarse en el caso de sectores económicos de un país o región y su constatación es uno de los objetivos de este ensayo. Esa transformación en las fuentes de crecimiento ha llevado a que el interés de los analistas se desplace desde la acumulación de factores hacia la identificación de los elementos asociados con los cambios de productividad.

En los años cincuenta y sesenta se asumía que las economías y los sectores se volvían más productivos por razones exógenas, debido a cambios tecnológicos, cuyo aporte al crecimiento quedaba registrado en el conocido "residuo de Solow": el factor A en la función Coob-Douglas, que representa la PTF.

En contraste con esos desarrollos previos se han construido modelos de crecimiento endógeno⁶. En ellos se encontró que además del capital físico y el trabajo, el capital humano, el conocimiento y la experiencia, jugaban un papel fundamental en la producción.

Formalmente, la nueva concepción obliga a superar los supuestos de competencia perfecta que requerían los viejos modelos. Como es bien conocido en la teoría económica, cuando existen retornos crecientes a escala no es posible encontrar un vector de precios que sustente la existencia de un equilibrio general competitivo. Alfred Marshall había resuelto este problema asumiendo retornos crecientes para la economía en su conjunto pero retornos constantes para cada firma, lo cual le permitía mantener el supuesto de competencia perfecta. Sin embargo la literatura reciente ha encontrado otra solución al problema, sin tener que acudir a este supuesto. En efecto, ante la presencia de competencia imperfecta, las rentas a los insumos de producción no agotan la totalidad del producto y por lo tanto hay rentas excedentes para actividades indirectamente productivas, como la

investigación, la educación y la experiencia.

FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN COOB-DOUGLAS

Los economistas consideran a la empresa como una organización que compra insumos y luego los transforma en bienes y servicios que pueden comercializarse. Imagínese que se combinan estos insumos para producir el bien **Y**, algo para lo cual se pueden utilizar cualquier cantidad de tecnologías, algunas de las cuales pueden ser más productivas que otras. Es decir, entre las tecnologías posibles, una es **técnicamente eficiente**: aquella que maximiza la cantidad de producción que puede lograrse a partir de una cantidad de insumos en particular. De este modo, la función de producción establece una relación que indica la cantidad máxima del bien **Y** que puede producirse a partir del grupo de insumos (X_1, X_2, \dots, X_n).

La relación entre los insumos y el producto fue de particular atención en los trabajos de los distintos teóricos de la ciencia eco-

nómica. No obstante, la relación más fundamental entre insumos y producto se atribuye a Thomas R. Malthus y Edwar West en 1815, que se llamó la **Ley de los Rendimientos Decrecientes**. Según esta, a medida que se agregan cantidades iguales de un insumo a determinadas cantidades de otros insumos la producción aumenta hasta cierto punto para luego comenzar a disminuir.

A partir de los trabajos teóricos y empíricos realizados por Cobb y Douglas en 1948 se desarrolló lo que se denominó posteriormente la función de producción de Cobb-Douglas, la cual se utilizó para estimar una relación entre el producto nacional y los insumos totales de capital y trabajo, y ella se representa matemáticamente por la siguiente ecuación:

$$Y = AL^{\alpha}K^{\beta},$$

en donde:

- Y = Producto
- L = Trabajo (Personal Ocupado)
- K = Stock de capital
- α = Participación del trabajo en el producto
- β = Participación del capital en el producto
- A = Factor de escala o parámetro de eficiencia, que refleja el nivel de tecnología
- A, α y β son constantes paramétricas ($0 < \alpha, \beta < 1$).

Normalmente esta función de producción se asume como homogénea de grado uno. Una función homogénea de grado uno es aquella en donde al multiplicar sus variables independientes por una constante λ escogida arbitrariamente, la función resulta multiplicada por dicha constante. En el caso concreto de la función Coob-Douglas, si se multiplican los insumos **L** y **K** por λ , ello generará un nivel de producto **Y** que se habrá multiplicado también por λ .

En general, una función es homogénea de grado r si al multiplicar las variables independientes por λ la función resulta multiplicada por λ^r . Es útil conocer el grado de homogeneidad, porque indica hasta que punto cambiará la producción cuando se introduzcan cambios proporcionales en todos los insumos; es así como una función con grado de homogeneidad uno ($r=1$)

permite que al *duplicar* ambos insumos se *duplica* también la producción y se dice entonces que son constantes los Rendimientos a Escala. Si r es mayor o menor que uno, se presentan rendimientos crecientes a escala o rendimientos decrecientes a escala.

Debe aclararse que cuando se están considerando los rendimientos del factor variable ello implica cambios en un insumo en tanto que los demás se mantienen constantes. El caso de los rendimientos a escala es distinto, pues ello exige a su vez considerar cambios proporcionales en todos los insumos.

El origen de las proporciones variables o ley de los rendimientos o productividad física decreciente se debe a la existencia de un insumo constante durante un tiempo dado, en tanto que el otro insumo puede variar. Este fenómeno es conocido en la microeconomía como función de producción en el corto plazo. Por el contrario, en la medida en que sea

posible modificar los insumos de la producción, vale decir el insumo fijo puede cambiar, se estará tratando la función de producción en el largo plazo.

Con respecto al concepto de rendimientos a escala, se tiene que los rendimientos decrecientes constituyen el resultado de la escasez relativa de otros factores que se requieren en proporciones cada vez mayores. En cambio, los rendimientos crecientes se pueden atribuir a otros fenómenos distintos a la escasez: Economías de las operaciones en gran escala, división de labores, maquinaria especial, utilización de productos secundarios, mejoras en la organización y en la capacidad y mayor curva de experiencia laboral.

Recordando la presentación matemática de la función de Cobb-Douglas, se tiene que el parámetro A , considerado como elemento tecnológico que influye sobre el producto total, si bien es dinámico, se debe mantener constante mientras se distinguen los efectos de los cambios que ocurren en las proporciones de los factores. Esto significa que se saben todas las combinaciones de insumos y producto, pero no se permite el cambio debido a los nuevos inventos que facilitan ahorrar factores. Otras propiedades de

esta función se relacionan con la continuidad, uniformidad (diferenciabilidad) y perfecta divisibilidad de insumos y productos que la caracterizan, dado el hecho de que los factores son en cierta medida sustituibles entre sí en la búsqueda del máximo nivel de producción.

Como alternativas a la función de Cobb-Douglas, se presentan otras formas que han tenido recientes desarrollos. En 1961, Arrow propuso una forma funcional más general, la CES (Elasticidad de Sustitución Constante). Bajo esta especificación, la elasticidad de sustitución entre pares de insumos puede ser distinta de uno. Sin embargo, la elasticidad de sustitución entre cualquier par de insumos es la misma que entre cualquier otro par. Para ello, bajo la especificación CES se evita que los datos digan, por ejemplo, que la maquinaria agrícola y los trabajadores son buenos sustitutos mientras que la maquinaria agrícola y la tierra son poco sustitutos.

Desde la función CES se han logrado otros desarrollos teóricos que han dado como resultado principal la función CRESH (Hanoch, 1971). Esta función tiene la ventaja de permitir que la elasticidad de sustitución

difiera de uno. En CRESH si la elasticidad de sustitución entre los insumos i y j es el doble (por ejemplo) que entre i y k entonces la elasticidad de sustitución entre cualquiera de los insumos m y j es el doble que entre m y k

Las generalizaciones teóricas de las funciones de producción se han vuelto más interesantes debido a:

- a. Mejora en los conjuntos de datos, la prolongación de las series temporales de precios y cantidades de insumos y producto.
- b. El desarrollo de una más poderosa teoría econométrica y cálculo de algoritmos, especialmente la posibilidad de conseguir estimaciones de máxima verosimilitud de los parámetros en modelos que

contienen varias ecuaciones, varios parámetros y restricciones teóricas en el valor de éstos.

El más reciente paso en la generalización de la especificación de las funciones de producción es la Forma Funcional Flexible. Con una **f-f-f** no se imponen restricciones en elasticidades de sustitución salvo aquellas que proceden de su definición o de la hipótesis de optimización del comportamiento. Además de las mejoras en la teoría econométrica y los cálculos, la explotación de las **f-f-f** han permitido otros avances, como la Teoría de la Dualidad.

MODELACIÓN ECONOMÉTRICA

Los siguientes son los resultados de la construcción y análisis del modelo econométrico que sirve para la medición de la productividad en la industria manufacturera del Risaralda. En primera instancia se extrae la información de la Encuesta Anual Manufacturera del Departamento Nacional de Estadísticas (DANE). Se construye una serie de 26 años donde se involucra: Personal Ocupado, Inversión neta y Valor agregado.



RISARALDA. ESTADÍSTICAS INDUSTRIA MANUFACTURERA.

Años	personal ocupado	PESOS CORRIENTES		DEFL IMP PIB	PESOS CONSTANTES	
		inversión neta	valor agregado		inversión neta	valor agregado
1970	8,520.00	30,765.00	486,775.00	41.61	73,936.55	1,169,851.00
1971	9,416.00	57,930.43	601,763.70	47.47	122,035.88	1,267,671.58
1972	10,877.00	48,693.75	807,222.00	54.11	89,990.30	1,491,816.67
1973	12,817.00	41,945.35	1,073,096.10	64.18	65,355.80	1,672,010.13
1974	13,391.00	33,773.93	1,496,914.48	84.90	39,780.84	1,763,150.15
1975	13,352.00	49,154.00	1,819,569.68	100.00	49,154.00	1,819,569.68
1976	15,082.00	245,656.36	2,681,182.92	125.77	195,321.91	2,131,814.36
1977	14,828.00	251,858.61	3,352,389.87	161.84	155,621.98	2,071,422.31
1978	17,675.00	147,969.48	4,617,573.02	191.70	77,188.04	2,408,749.62
1979	17,612.00	474,873.01	5,245,338.46	246.91	192,326.36	2,124,392.88
1980	16,400.00	483,250.00	7,035,155.00	310.75	155,510.86	2,263,927.59
1981	15,254.00	538,530.00	8,888,674.00	392.97	137,041.00	2,261,921.78
1982	14,700.00	325,813.00	10,511,566.00	487.41	66,845.78	2,156,616.81
1983	14,197.00	844,455.00	12,006,130.00	568.50	148,540.90	2,111,896.22
1984	14,090.00	540,468.00	14,997,602.00	672.44	80,374.16	2,230,325.68
1985	13,012.00	442,397.00	23,408,463.00	823.41	53,727.43	2,842,868.44
1986	13,019.00	1,270,649.00	37,570,925.00	996.07	127,566.24	3,771,916.13
1987	14,663.00	2,859,754.00	34,180,135.00	1,235.11	231,538.41	2,767,375.78
1988	15,019.00	3,005,614.00	50,615,935.00	1,582.48	189,930.62	3,198,519.73
1989	16,186.00	7,115,300.00	64,136,412.00	1,995.82	356,510.11	3,213,536.89
1990	16,474.00	11,084,593.00	87,854,989.00	2,641.78	419,588.04	3,325,598.23
1991	15,328.00	7,442,549.00	108,465,863.00	3,350.42	222,137.79	3,237,381.07
1992	18,378.00	8,876,762.00	142,106,070.00	4,192.57	211,726.03	3,389,474.00
1993	17,587.00	4,560,653.00	139,935,742.00	5,140.51	88,719.85	2,722,215.15
1994	19,028.00	27,138,288.00	230,442,945.00	6,302.05	430,626.35	3,656,634.67
1995	17,401.00	26,639,604.00	258,721,506.00	7,528.78	353,836.93	3,436,433.34
PROMEDIOS				21.5	166,728.16	2,481,041.92

Fuente: Encuesta Anual Manufacturera, DANE
Cálculos propios

CÁLCULOS STOCK DE CAPITAL

años	h = in/va	g = crec v.a.	stock de capital
1970	6.32017%		1,404,894.22
1971	9.62677%	8.36180%	1,526,930.10
1972	6.03226%	17.68164%	1,616,920.40
1973	3.90882%	12.07879%	1,682,276.19
1974	2.25624%	5.45093%	1,722,057.03
1975	2.70141%	3.19993%	1,771,211.03
1976	9.16224%	17.16036%	1,966,532.93
1977	7.51281%	-2.83289%	2,122,154.91
1978	3.20449%	16.28482%	2,199,342.96
1979	9.05324%	-11.80516%	2,391,669.31
1980	6.86907%	6.56822%	2,547,180.18
1981	6.05861%	-0.08860%	2,684,221.17
1982	3.09957%	-4.65555%	2,751,066.95
1983	7.03353%	-2.07365%	2,899,607.84
1984	3.60370%	5.60773%	2,979,982.00
1985	1.88990%	27.46427%	3,033,709.43
1986	3.38200%	32.67994%	3,161,275.67
1987	8.36671%	-26.63210%	3,392,814.07
1988	5.93808%	15.57952%	3,582,744.69
1989	11.09401%	0.46950%	3,939,254.79
1990	12.61692%	3.48717%	4,358,842.84
1991	6.86165%	-2.65267%	4,580,980.63
1992	6.24657%	4.69802%	4,792,706.66
1993	3.25911%	-19.68621%	4,881,426.51
1994	11.77658%	34.32570%	5,312,052.86
1995	10.29663%	-6.02197%	5,665,889.79

FUENTE: DANE, Encuesta anual manufacturera
Cálculos propios

Para calcular a partir de esta información el stock de capital se utiliza la metodología desarrollada por Eduardo Lora⁷, como se propuso inicialmente. Las estadísti-

cas se presentan en términos corrientes y constantes, usando para esto último el deflector implícito del PIB calculado con base 1.990 (ver cuadros de Estadísticas de la industria manufacturera del Risaralda y de cálculos del Stock de capital).

Con la información procesada se corre el modelo propuesto, función de producción Cobb-Douglas

$$Y = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

Donde:

- Y = Valor Agregado
- L = Personal Ocupado
- K = Stock de Capital

En primera instancia se linealiza la función recurriendo al argumento matemático de los logaritmos, obteniendo la siguiente expresión:

$$\ln(\text{Valor Agregado})_t = A + \alpha \ln(\text{Personal Ocupado})_t + \beta \ln(\text{Stock de Capital})_t$$

Se corre la regresión con los siguientes resultados:

	Parámetros	Error estándar	Estadístico t	P-Valor
CONSTANTE	2.74051	1.32449	2.06911	0.0500
Ln(Personal Ocupado)	0.328549	0.200544	1.63829	0.1150
Ln(Stock de Capital)	0.591982	0.0931922	6.35227	0.0000

⁷ En el proceso de cálculo de k (relación capital-producto), se debe hallar el valor de h (coeficiente de inversión neta) como el promedio en el período de estudio de la Inversión Neta sobre el Valor Agregado, y el valor de g (tasa de crecimiento del producto) como el promedio de esta tasa de crecimiento en el período. Los valores calculados son: h = 6.4682% y g = 5.3859%, de donde, usando la ecuación $k = h/g$, se tiene que $k = 1.2009$, y con este valor se calcula el stock de capital para el primer año (1970) con la ecuación $K_t = k \text{PIB}_t^*$, con PIB_t^* : valor promedio del período. Este valor sirve de punto de partida para calcular el capital en cualquier instancia del tiempo considerado, mediante el uso iterativo de la siguiente expresión: $K_{t+1} = K_t + \text{IN}_{t+1}$.

$$R^2 = 84.1875\%$$

$$R^2 \text{ ajustado} = 82.8125\%$$

$$\text{Error Estándar del estadístico} = 0.133593$$

$$\text{Media absoluta del error} = 0.0892849$$

$$\text{Estadístico Durbin Watson} = 1.13641$$

Este cuadro de salida muestra los resultados de un modelo de regresión lineal múltiple ajustado entre las variables **Ln** (Valor Agregado) como dependiente y **Ln** (Personal Ocupado) y **Ln** (Stock de Capital) como independientes.

La ecuación resultante es:

$$\text{Ln (Valor Agregado)} = 2.74051 + 0.328549 * \text{Ln (Personal Ocupado)} + 0.591982 * \text{Ln (Stock de Capital)}$$

La bondad de ajuste de este modelo, medido por el R^2 , muestra que la variabilidad de **Ln** (Valor Agregado) está explicada en un 84.1875% por el modelo seleccionado, esta medida por sí sola es de difícil aceptación. Por ello es necesario realizar otro tipo de pruebas para aceptar la capacidad interpretativa y de predicción del modelo.

Primera prueba: AUTOCORRELACIÓN

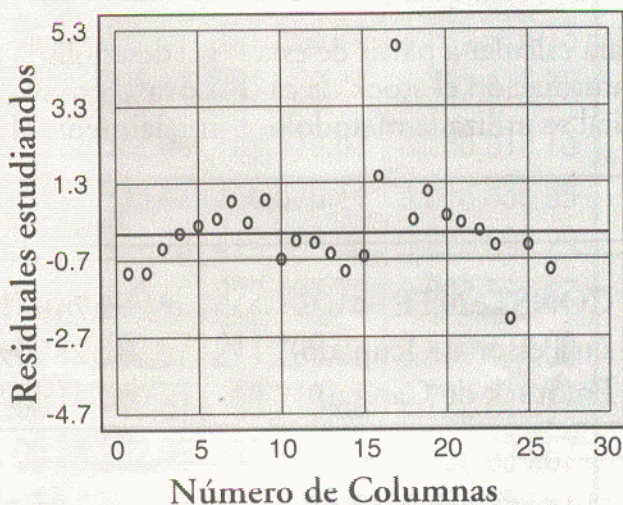
El término autocorrelación se define como la "correlación existente entre los miembros de una serie de observaciones ordenadas en el tiempo o en el espacio"⁸, o sea que el término de perturbación asociado a una observación es independiente de su valor en otro período, y dado que el presente estudio está fuertemente ligado al tiempo es imperativo determinar la existencia o no de este problema. Existen dos métodos para detectar esta situación: El gráfico, como el ploteo de residuales para observar tendencias; y el analítico, entre los que se destacan la prueba de aleatoriedad o de corridas (prueba de Geary) y la prueba del Durbin Watson. Por ser una de las más usadas

en la actualidad se utiliza la prueba Durbin Watson, que se basa en la suma de las diferencias cuadráticas en valores sucesivos de los términos de perturbación estimados.

$$d = \frac{\sum (e_t - e_{t-1})^2}{\sum e_t^2}$$

En este caso el estadístico Durbin Watson (**d**) es igual a 1.13641, valor que siendo menor de 1.4 y con un nivel de significancia de 0.05 indica la presencia de problemas de autocorrelación, lo cual se puede verificar al observar la tendencia que se presenta en la gráfica de residuales.

GRAFICO DE RESIDUALES



Dado que la presente información tiene serios problemas de autocorrelación, se opta por corregir esta situación transformando las variables mediante ecuaciones en diferencia del siguiente tipo (Ver los resultados en el cuadro: Variables transformadas mediante ecuaciones en diferencia):

$$Y_t^* = A^* + \alpha^* L_t^* + \beta^* K_t^* + \dots + \varepsilon_t$$

Deducidas las variables que la componen de las siguientes definiciones:

$$Y_t^* = (Y_t - \rho Y_{t-1})$$

$$A^* = A(1 - \rho)$$

$$\alpha^* L_t^* = \alpha(L_t - \rho L_{t-1})$$

$$\beta^* K_t^* = \beta(K_t - \rho K_{t-1})$$

En el cálculo de ρ (rho) se utiliza la siguiente ecuación:

$$\rho = 1 - (d/2)$$

Para el primer dato el cálculo es:

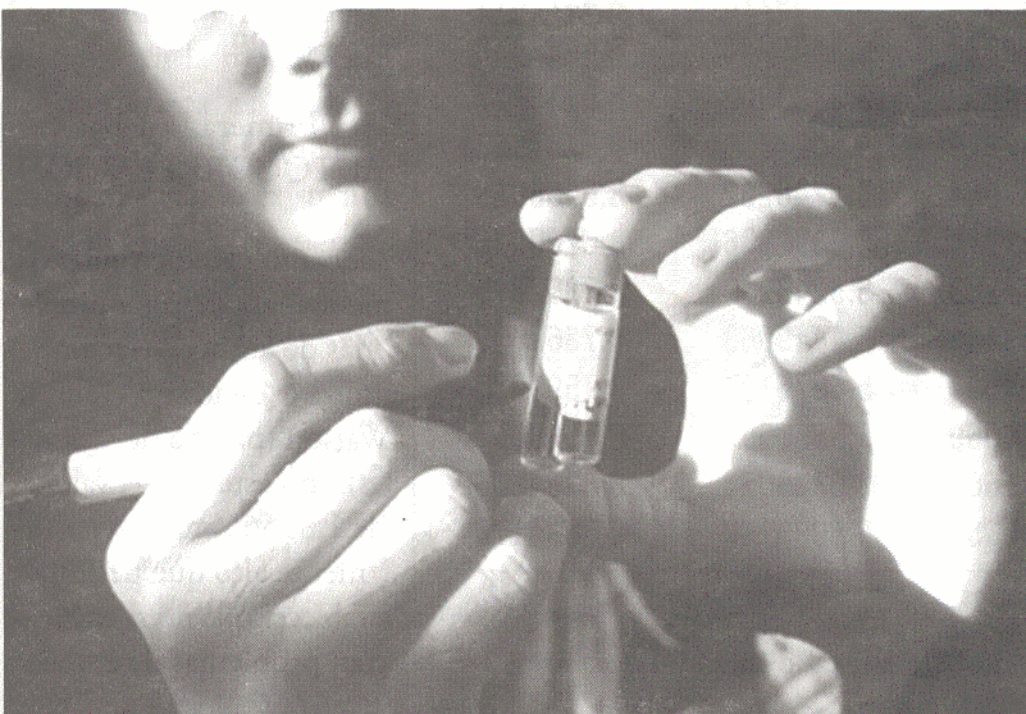
$$Y_1^* = Y_1 \sqrt{1 - \rho^2}$$

En este caso en particular la ecuación general queda de la forma:

$$\{ \text{Ln (Valor Agregado)}_t - \rho^* \text{Ln (Valor Agregado)}_{t-1} \} = \beta_1(1 - \rho) + \beta_2 \{ \text{Ln (Personal Ocupado)}_t - \rho^* \text{Ln (Personal Ocupado)}_{t-1} \} + \beta_3 \{ \text{Ln (Stock de Capital)}_t - \rho^* \text{Ln (Stock de Capital)}_{t-1} \}$$

Análisis de la regresión múltiple:

	Parámetros	Error estándar	Estadístico t	P-Valor
CONSTANTE	0.0183861	0.266978	0.0688674	0.9457
Ln(Personal Ocupado)	0.588727	0.220303	2.67235	0.0136
Ln(Stock de Capital)	0.60616	0.135602	4.47013	0.0002



$R^2 = 97.9308\%$

R^2 ajustado
= 97.7509%

Error Estándar
del estadístico
= 0.127184

Media absoluta
del error
= 0.079951

Estadístico
Durbin Watson
= 1.82565

VARIABLES TRANSFORMADAS MEDIANTE ECUACIONES EN DIFERENCIA

años	Ln (Valor Agregado en diferencia)	Ln (Personal Ocupado en diferencia)	Ln (Stock de Capital en diferencia)
1970	12.6026986	8.1629993	12.7678367
1971	8.0194856	5.2423468	8.1265075
1972	8.1476229	5.3434100	8.1478043
1973	8.1913531	5.4452498	8.1627023
1974	8.1951901	5.4181932	8.1689645
1975	8.2037704	5.3963594	8.1870167
1976	8.3485431	5.5194546	8.2794728
1977	8.2514203	5.4498618	8.3104633
1978	8.4147015	5.6328296	8.3133044
1979	8.2239339	5.5534210	8.3817108
1980	8.3417918	5.4836637	8.4085075
1981	8.3134368	5.4420108	8.4337101
1982	8.2661454	5.4362955	8.4356807
1983	8.2657764	5.4174527	8.4776460
1984	8.3293858	5.4249210	8.4822811
1985	8.5484924	5.3485944	8.4883439
1986	8.7264800	5.3835002	8.5218177
1987	8.2946979	5.5021855	8.5747163
1988	8.5732064	5.4748262	8.5986648
1989	8.5153714	5.5392986	8.6700075
1990	8.5476263	5.5246239	8.7302615
1991	8.5059406	5.4449063	8.7362638
1992	8.5634594	5.6575127	8.7599830
1993	8.3244069	5.5351592	8.7588157
1994	8.7141661	5.6329073	8.8354366
1995	8.5246354	5.5095189	8.8634178

FUENTE: Cálculos propios

La ecuación del modelo ajustado es, entonces:

Ln (Valor agregado en diferencia) = $0.0183861 + 0.588727^* \text{Ln}$ (Personal ocupado en diferencia) + 0.60616^*Ln (Stock de Capital en diferencia).

El coeficiente de determinación o medida del bondad de ajuste del modelo, R^2 , es en este caso de muy buena factura, ya que este nuevo modelo está explicando en un 97.9308% las variaciones del Ln (Valor Agregado en diferencia). Situación esta que se constituye "en un signo alentador de un ajuste aparentemente adecuado"⁹, sin embargo es necesario realizar las distintas pruebas de ajuste del modelo para confirmar esta primera apreciación.

Primera Prueba: AUTOCORRELACIÓN

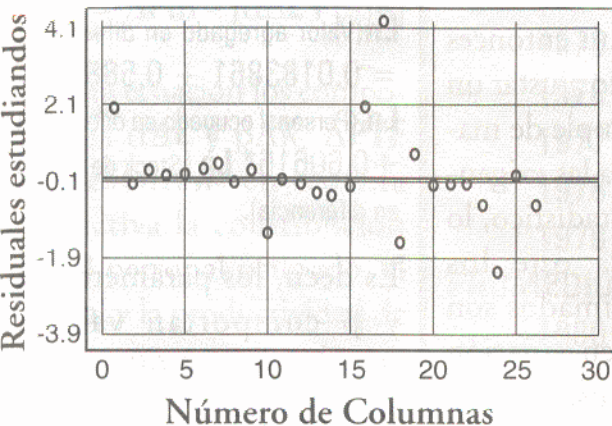
Tal como se indicó anteriormente para detectar problemas de autocorrelación se utiliza el estadístico Durbin Watson (prueba de residuales). En este caso el valor es de 1.82565, nivel relativamente alto que permite establecer que no se encuentran problemas de autocorrelación.

relación positiva o negativa. Situación esta que se corrobora con el gráfico de residuales, el cual no presenta tendencias evidentes.

	Parámetros	Error estándar	Estadístico t	P-Valor
CONSTANTE	0.380909	0.234834	1.62204	0.1179
Ln(Stock de Capital en diferen.)	0.601091	0.0270502	22.2214	0.0000

$R^2 = 95.3649\%$ R^2 ajustado = 95.1718%
Error Estándar del estadístico = 0.117843

GRAFICO DE RESIDUALES



Segunda prueba: MULTICOLINEALIDAD

Otro posible error que se presenta en la modelación econométrica es el de la multicolinealidad, situación que se da cuando existe una relación lineal entre algunas o la totalidad de las variables explicativas del modelo. Entonces, para detectar su existencia se realiza una regresión entre las variables independientes **Ln** (Personal ocupado en diferencia) y **Ln** (stock de capital en diferencia).

Resultados de la regresión:

Se puede observar que existe una alta dependencia entre las variables **Ln** (personal ocupado en diferencia) y **Ln** (stock de capital en diferencia), el coeficiente de determinación es alto (95.3649%), lo que indica problemas de multicolinealidad. Un posible origen de este fenómeno es el método de recolección de los datos, ya que las cifras sobre industria manufacturera que presenta el DANE son resultado de una encuesta aplicada a una muestra de la población y en consecuencia se reduce el rango de valores que pueden tomar los regresores¹⁰.

Dicho problema se puede corregir ampliando la muestra, pero por limitaciones de información se hace improbable esta alternativa. Otra

opción es eliminar una de las variables independientes, dado que una de ellas resulta ser suficiente para explicar el comportamiento del valor agregado industrial, pero esto tiene serias consecuencias en términos de la especificación del modelo, pues se estaría eliminando del mismo una variable que la teoría económica considera fundamental en la explicación de dicho valor agregado.

Sin embargo cuando en la regresión del modelo original el R^2 (coeficiente de determinación) es muy alto y los coeficientes de regresión estimados son individualmente significativos, el fenómeno de la multicolinealidad no resulta un problema serio. Es esta la situación que se presenta en el modelo original, por lo que se considera más pertinente hacer caso omiso a su existencia.

Tercera prueba: HETEROCEDASTICIDAD

Cuando los modelos se corren con las variables transformadas en términos de logaritmos se reduce al máximo la posibilidad de que se presenten problemas de heterocedasticidad. Esto se debe a que las transformaciones logarítmicas comprimen las escalas en las que se miden las variables, reduciendo así una diferencia de diez veces a una de dos veces. De esta manera el número 80 es diez veces el número 8, pero $\text{Ln } 80$ ($=4.3820$) es aproximadamente dos veces mayor que el $\text{Ln } 8$ ($=2.0794$). Es por ello que una medida remedial del problema en caso de que se presente es correr el modelo en su transformación logarítmica.¹¹

Dado que en este modelo se ha venido trabajando con transformaciones logarítmicas de las variables, no se hace necesario ahondar en pruebas sobre heterocedasticidad.

Se puede concluir entonces que se ha logrado ajustar un modelo que cumple de manera satisfactoria las exigencias de orden estadístico, lo cual garantiza que los coeficientes estimados son insesgados, tienen variación mínima, son consistentes y se distribuyen normalmente. A esto se suma el que los signos de los coeficientes corresponden a lo esperado de manera a priori por la teoría económica.

Por lo tanto se puede observar el gráfico de la ecuación ajustada que es la que se usa para análisis de predicción.

CONCLUSIONES GENERALES

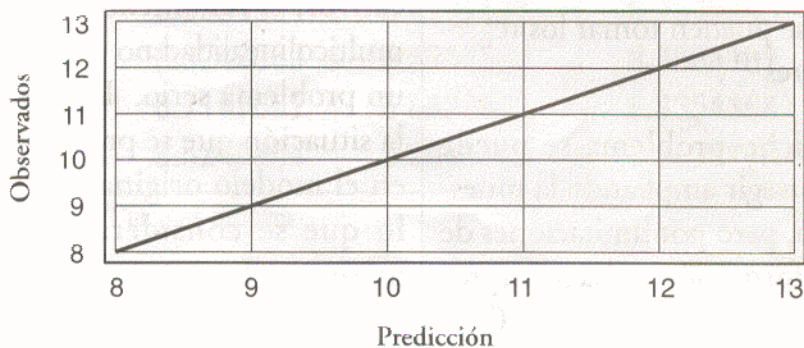
En la sección anterior se encontró que el modelo ajustado a partir de las ecuaciones en diferencia es:

$$\begin{aligned} \text{Ln}(\text{Valor agregado en diferencia}) &= 0.0183861 + 0.588727* \\ \text{Ln}(\text{Personal ocupado en diferencia}) &+ 0.60616* \text{Ln}(\text{Stock de Capital} \\ &\text{en diferencia}). \end{aligned}$$

Es decir, los parámetros α y β comportan valores 0.588727 y 0.60616 de manera respectiva, y cuya suma igual a 1.194887 es en alguna medida superior a 1, lo cual indica la posibilidad de que el sector manufacturero del Departamento esté presentando, en términos agregados, rendimientos marginales crecientes.

Conocidos estos parámetros y el comportamiento de las variables Valor Agregado, Personal Ocupado y Stock de capital de la Industria manufacturera, es posible calcular la tasa de crecimiento de la productividad total de los factores (ΔPTF), partiendo de la metodología para ello definida al inicio de este ensayo. Todo ello

GRAFICO DE LA ECUACION AJUSTADA



estará orientado a plantear hipótesis sobre los factores que vienen siendo determinantes en el crecimiento del producto industrial del departamento.

$$\Delta PTF = \Delta PIB - [\alpha \Delta L + \beta \Delta K]$$

En esta ecuación los componentes $\alpha \Delta L$ y $\beta \Delta K$, ΔPTF representan en forma respectiva la contribución de: el personal ocupado, el capital y la productividad de los factores en su conjunto, en el crecimiento anual del valor agregado o producto industrial.

FACTORES DE CRECIMIENTO DEL VALOR AGREGADO			
años	$\alpha * \Delta L$	$\beta * \Delta K$	ΔPTF
1971	6.19%	5.27%	-3.09%
1972	9.13%	3.57%	4.97%
1973	10.50%	2.45%	-0.87%
1974	2.64%	1.43%	1.38%
1975	-0.17%	1.73%	1.64%
1976	7.63%	6.68%	2.85%
1977	-0.99%	4.80%	-6.64%
1978	11.30%	2.20%	2.78%
1979	-0.21%	5.30%	-16.90%
PROMEDIO 70 's	5.11%	3.71%	-1.54%
1980	-4.05%	3.94%	6.68%
1981	-4.11%	3.26%	0.76%
1982	-2.14%	1.51%	-4.03%
1983	-2.01%	3.27%	-3.33%
1984	-0.44%	1.68%	4.37%
1985	-4.50%	1.09%	30.88%
1986	0.03%	2.55%	30.10%
1987	7.43%	4.44%	-38.51%
1988	1.43%	3.39%	10.76%
1989	4.57%	6.03%	-10.14%
PROMEDIO 80 's	-0.38%	3.12%	2.75%
1990	1.05%	6.46%	-4.02%
1991	-4.10%	3.09%	-1.65%
1992	11.71%	2.80%	-9.82%
1993	-2.53%	1.12%	-18.27%
1994	4.82%	5.35%	24.15%
1995	-5.03%	4.04%	-5.03%
PROMEDIO 90 's	0.99%	3.81%	-2.44%
PROMEDIO TOTAL	1.93%	3.50%	-0.04%

FUENTE: DANE - Encuesta Anual Manufacturera
Cálculos propios

Como se puede observar en el cuadro de los factores de crecimiento del valor agregado del Departamento, el comportamiento de la **PTF** es bastante irregular durante el período considerado, por lo cual se puede afirmar que su evolución ha estado más ligada al nivel de uso del capital y la capacidad instalada en la industria manufacturera del Departamento, que a un proceso sostenido de innovación tecnológica, incorporación de capital humano y aprendizaje de la mano de obra. Según esto, entonces, la década de los 80's se destaca como un período de crecimiento del producto fundamentado en el uso intensivo del capital, lo cual significó un crecimiento de la **PTF** del 2.75%. Al contrario, en los años 90's es marcado el bajo uso de la capacidad instalada, reflejado esto en la enorme caída de la **PTF** en 2.44%.

Durante todo el período considerado el capital aparece como el factor productivo con mayor contribución al crecimiento del valor agregado, seguido del per-

sonal ocupado y de la **PTF**. Es decir, de la tasa de crecimiento promedio del valor agregado de **5.39%** durante el período 1.970 - 1.995, el uso del capital explica aproximadamente 3.5 puntos de ese crecimiento, el trabajo 1.93 puntos y la **PTF** contribuye de manera desfavorable en 0.04 puntos.

La mano de obra tuvo un gran aporte al crecimiento del valor agregado industrial en la década de los 70's, perdiendo importancia en las décadas posteriores, lo cual está evidenciando un debilitamiento crónico en la inserción del factor trabajo al proceso productivo de la industria Departamental. Debilitamiento que puede obedecer, de un lado, a la baja capacidad de generación de empleo que se observa en el

sector industrial Risaldense¹² y, del otro, a la escasa incorporación de trabajo con alto nivel de calificación. Esto último es coincidente con la baja productividad total de los factores que presenta el sector.

No obstante por las implicaciones de las conclusiones anteriores y por el hecho que, según la regresión, la industria manufacturera está presentando rendimientos marginales crecientes (resultado que contradice ampliamente la idea a priori), es necesario fortalecer el análisis a través de la medición de la productividad en forma desagregada, acudiendo al estudio por ramas de la industria. Adicionalmente se deben hacer comparaciones con estudios a nivel Nacional. Esta es una etapa del estudio que será abordada de manera posterior.

