

Consideraciones conceptuales y matemáticas de los Desastres Naturales

Tiberio Trejos

tiberio@ucpr.edu.co

Licenciado en matemáticas y física

Docente catedrático

Universidad Católica Popular del Risaralda

Resumen: En este artículo se pretende analizar conceptualmente algunos desastres naturales que han ocurrido en Colombia y en otros lugares del planeta; y además estudiar los principios matemáticos que rigen estos eventos para poder analizar su comportamiento.

Palabras claves: Desastres naturales.

A manera de Introducción:

Debemos iniciar nuestro análisis aclarando lo que se entiende actualmente por *Desastre natural*; pero antes tengamos claro lo que **no** es; un desastre natural no es ni un castigo divino ni es una venganza por parte de la naturaleza en contra de la raza humana. Ahora como segunda consideración debemos tener en claro lo que es un fenómeno natural: es cualquier manifestación de la naturaleza como resultado de su funcionamiento interno. Como ejemplo de ello están las lluvias, las tormentas y los terremotos; estos fenómenos naturales se convierten en desastre natural cuando la población en donde ocurren los hechos resulta damnificada. Por ejemplo cuando ocurre un terremoto de gran magnitud, un huracán repentino, un tornado; etc.

También debemos tener en cuenta que este tipo de situaciones extremas afecta a toda la población por igual; sin embargo quienes están en mayor peligro son las personas que se encuentran en desventaja económica y cultural, según lo han revelado los estudios; pues si ocurre por ejemplo un terremoto de 6.0 en la escala de Richter en la ciudad norteamericana de San Francisco, allí, aunque causará daños y la población resultará afectada, por su infraestructura económica pueden atender con mayor capacidad logística la emergencia ocasionada; pero si este mismo evento sucede en Mekele, ciudad de Etiopía, la respuesta al desastre es menos efectiva, puesto que este país es uno de los

más pobres del mundo y por lo tanto no cuenta con todos los recursos necesarios para atender con prontitud este tipo de eventos.

Aparte de lo anterior, hay dos clasificaciones para este tipo de fenómenos, la primera de ellas se refiere a aquellos que ocurren súbita o repentinamente; tales como cambios climáticos, terremotos. La segunda se refiere a los de inicio lento o crónico, aquí encontramos sequías e incendios forestales.

Para estudiar estos fenómenos desde el punto de vista formal es necesario tener claro algunos conceptos matemáticos y físicos: En primer lugar es conveniente entender lo que es una ecuación diferencial, que en términos sencillos es una ecuación en la cual se incluyen derivadas y que para solucionarla se aplica principalmente el proceso inverso a la derivada, o sea la integral; en segunda instancia es considerar la segunda ley de Newton, es decir $F=ma$ y la ley de Hooke para un resorte, esto es $F=kx$, donde k es una constante de elongación y x es la distancia, con esto es suficiente y cuando sea necesario aclararemos los detalles correspondientes.

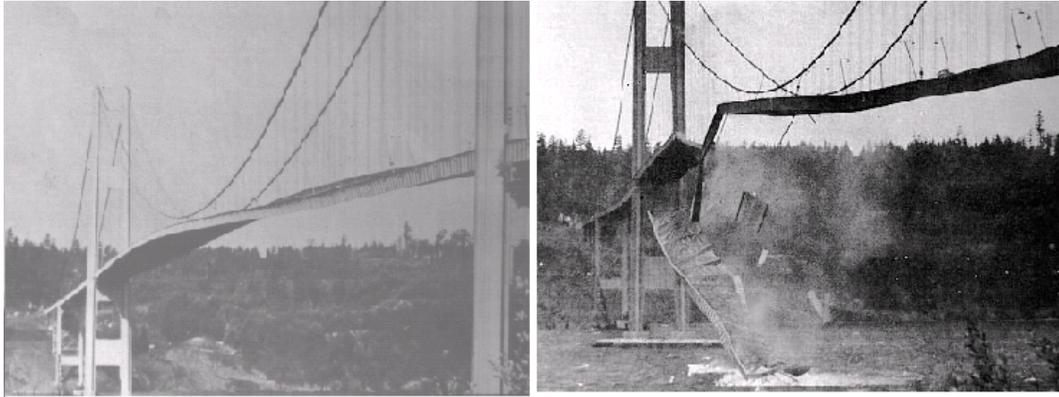
Con la claridad conceptual necesaria anteriormente vamos ahora a considerar y analizar tres fenómenos naturales: la caída del puente de Tacoma Narrows, el Tsunami y el Terremoto.

Sección 1.01 Puente colgante de Tacoma Narrows

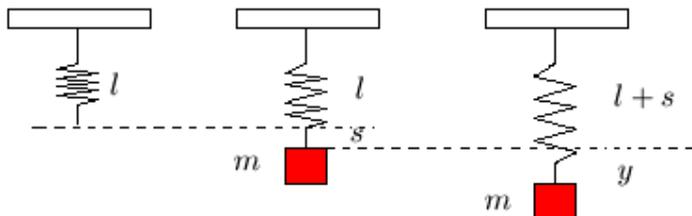
Primero que todo aclaremos que Tacoma es una ciudad que corresponde al estado de Washington, la cual puede considerarse como una ciudad portuaria debido a su ubicación geográfica. En esta ciudad se construyó un puente colgante para librar un pequeño canal, el cual fue abierto al tráfico el 1 de julio de 1940, el puente empezó a mostrar un movimiento ondulatorio, lo cual atraía a los turistas; pero el 7 de noviembre del mismo año durante una poderosa tormenta el puente se colapsó debido a que las oscilaciones verticales se volvieron giratorias de gran intensidad.

Durante casi 50 años se asumió que la causa de este colapso fue la resonancia producida por el viento que soplaba, el cual causó una fuerza periódica vertical que actuó en la misma dirección y con la misma frecuencia de las vibraciones naturales del puente. Sin embargo estudios recientes han mostrado que esto es falso; aunque la resonancia causa que la amplitud de un sistema aumente, este fenómeno no pudo ser puesto que no hay amortiguamiento alguno en el puente; además la resonancia es un fenómeno lineal, esto

es, un fenómeno que tiene un comportamiento estable y en indagaciones actuales se ha comprobado que la caída del puente se originó por efectos no lineales, como la aeroelasticidad, resonancia no amortiguada, y dado que la resonancia es un fenómeno lineal, ésta no pudo ser la causante del hundimiento.



Analicemos entonces el modelo matemático. Teniendo en cuenta la segunda ley de Newton y la ley de Hooke. Consideremos el puente como una masa puntual sostenida por un resorte, el cual tiene función diferente de acuerdo a si se estira o se comprime; tal como se aprecia en la siguiente figura:



En un principio el resorte tiene su longitud natural l , al colocar la masa m este se estira una longitud s ; en este momento actúan el peso $W=mg$ (siendo g la gravedad) y una fuerza de restitución $F=ks$, las cuales equilibran el sistema, es decir $mg=ks$ o $mg-ks=0$. Al desplazar la masa una distancia y de su posición de equilibrio la fuerza de restitución será $k(y+s)$, considerando que no hay fuerzas de fricción podemos igualar la segunda ley de Newton con la fuerza neta, la fuerza de restitución y el peso:

$$\begin{aligned}
 m a = m \frac{d^2 y}{dt^2} &= -k(s + y) + m g = -k y + \overbrace{m g - k s}^{=0} \\
 &= -k y
 \end{aligned}$$

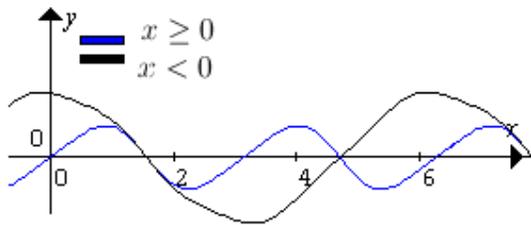
Donde el signo negativo indica que esta fuerza de restitución se opone al movimiento natural del sistema. Por lo tanto un modelo simplificado que describe el movimiento de un puente es una ecuación diferencial lineal de segundo grado, es decir una ecuación que tiene segunda derivada y en la cual la variable dependiente y sus derivadas son lineales (no tienen potencias); y esta varía de acuerdo a si el movimiento es hacia arriba o hacia abajo de un punto sobre el puente (se puede utilizar sin ningún inconveniente la variable x o la variable y , en fin de cuentas ambas indican posición). Es decir una ecuación del tipo:

$$\begin{aligned}
 m x'' + F(x) &= g(t) \\
 F(x) &= \begin{cases} b x, & x \geq 0 \\ a x, & x < 0 \end{cases} \\
 g(t) &= \text{sen}(4t) \\
 x(0) &= 0, \quad x'(0) = \alpha
 \end{aligned}$$

Las soluciones de estas ecuaciones son funciones sinusoidales:

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \text{sen}(2t) \left[\frac{1}{2} \left(\alpha + \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{6} \cos(2t) \right], \quad x \geq 0 \\
 x(t) &= \cos(t) \left[\left(\alpha + \frac{2}{5} \right) - \frac{4}{15} \text{sen}(t) \cos(2t) \right], \quad x < 0
 \end{aligned}$$

Hablamos de soluciones porque la ecuación es de segundo orden, por tanto tiene dos soluciones linealmente independientes. Lo interesante de estas soluciones es que a medida que pasa el tiempo, la velocidad del sistema al pasar por el punto de equilibrio va en aumento produciendo un aumento en la distancia respecto a la posición de equilibrio, lo cual demuestra matemáticamente que el puente se cae.



Observación 1: En la solución de las ecuaciones anteriores se ha tenido en cuenta primero la solución de la homogénea y luego para la solución de la **no** homogénea se ha aplicado el método de coeficientes indeterminados, para finalmente por el principio de superposición sumar las dos soluciones.

(a) Tsunami

El término tsunami proviene del lenguaje japonés y su interpretación es *tsu* que quiere decir puerto o bahía y *nami* que significa ola. Este fenómeno consiste en olas gigantescas que son causadas por un terremoto submarino.



De este fenómeno se sabe que la última gran catástrofe ocurrió en Asia el 26 de diciembre de 2004; la cual tuvo lugar en la isla de Sumatra y fue de una magnitud de 9.2 en la escala de Richter y se considera hasta el momento como el tercero más intenso en los últimos 40 años. Duró al rededor de 8 minutos desprendiendo la energía equivalente a 62.000 bombas de Hiroshima, la altura de las olas alcanzó casi los 30 metros y lamentablemente hubo cerca de 300.000 muertos.

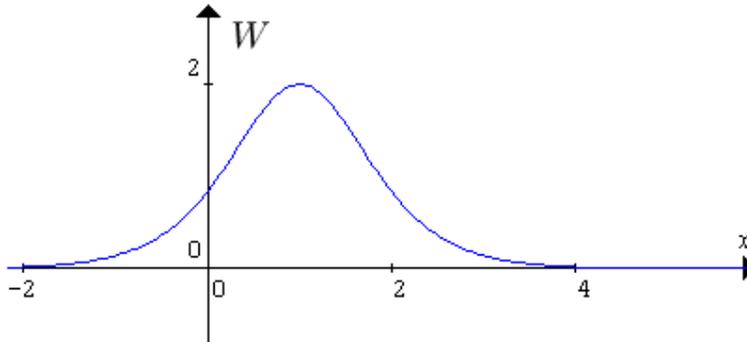
Un modelo matemático sencillo que describe un tsunami en acción es una ecuación diferencial de primer orden no lineal que involucra el tamaño de la onda y la posición en alta mar, del tipo

$$\frac{dW}{dx} = W \sqrt{4 - 2W}$$

Su solución es una función hiperbólica

$$W = 2 \operatorname{sech}^2(x - c)$$

Muestra como a partir de cierto punto hay un crecimiento impresionante de la ola respecto a la horizontal.



Observación 2: *En la solución de la anterior ecuación se ha utilizado una sustitución trigonométrica del tipo hiperbólica, se pudo haber hecho una trigonométrica convencional pero esta no permitía despejar fácilmente a W .*

(b) Terremoto

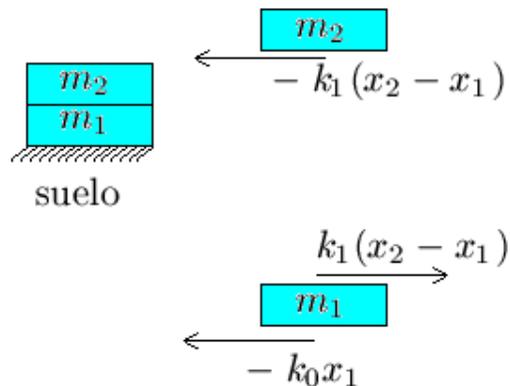
Es una ruptura de las capas superiores de la tierra que causa ondas sísmicas en todas direcciones, la cual según su intensidad puede causar la destrucción de edificios y originar la muerte de personas.

En nuestro país el último gran movimiento sísmico sucedió el 25 de enero de 1999 y afectó principalmente la zona cafetera (Especialmente Pereira y Armenia); éste, aparte de su intensidad, que fue de 6.2 en la escala de Richter causó muchos daños en Armenia por no tener construcciones que estuvieran ajustadas a las normas vigentes de sismo resistencia, puesto que algunos edificios se construyeron de acuerdo a normas establecidas en 1984 después del terremoto que afectó a Popayán en 1983. En nuestra ciudad aparte del problema de las edificaciones hay que tener en cuenta que el centro está construido sobre un lago y la mayoría de sus andenes están vacíos por dentro.

Como consecuencias de este acontecimiento se tiene que cerca de 1300 personas fallecieron, casi 5500 heridos y aproximadamente 200.000 damnificados.



El análisis matemático que haremos se centrará en la acción de un terremoto sobre un edificio de 2 pisos, sobre los cuales consideramos que se producen movimientos horizontales; suponiendo de nuevo que en cada piso son válidas la segunda ley de Newton y la ley de Hooke, la cual establece una fuerza de restitución entre un piso y los que están arriba y abajo de él; además de esto tenemos en cuenta que el sentido positivo es hacia la derecha y que el desplazamiento está ligado a lo que está por encima y por debajo de cada piso, así:



Para estas dos masas tenemos:

$$m_1 a_1 = m_1 x_1'' = -k_0 x_1 + k_1(x_2 - x_1)$$

$$m_2 a_2 = m_2 x_2'' = -k_1(x_2 - x_1)$$

De manera que considerando que los dos pisos tienen igual masa (5.000 kg) y constante de restitución (10.000 kg/s²) obtenemos:

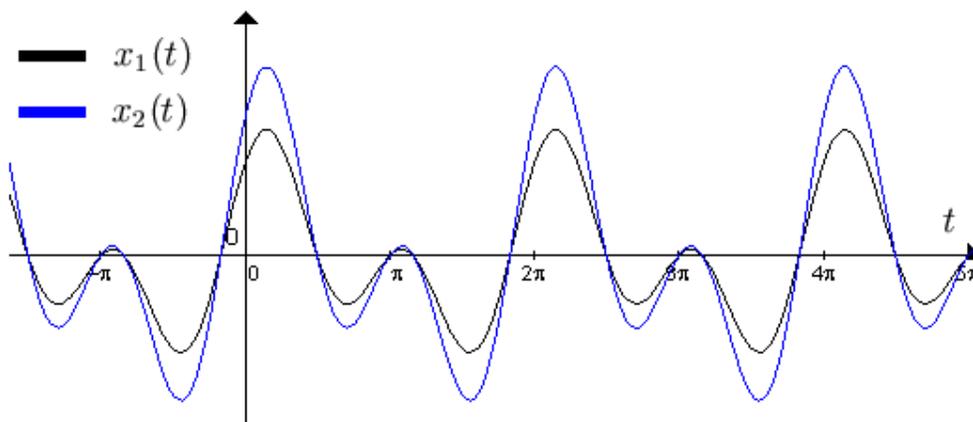
$$x_1'' = -4x_1 + 2x_2$$

$$x_2'' = 2x_1 - 2x_2$$

Y su solución son de nuevo funciones sinusoidales:

$$x_1(t) = c_1 \cos(\omega_1 t) + c_2 \sen(\omega_1 t) + c_3 \cos(\omega_2 t) + c_4 \sen(\omega_2 t)$$

$$x_2(t) = \frac{1}{2} c_1(4 - \omega_1^2) \cos(\omega_1 t) + \frac{1}{2} c_2(4 - \omega_1^2) \sen(\omega_1 t) \\ + \frac{1}{2} c_3(4 - \omega_2^2) \cos(\omega_2 t) + \frac{1}{2} c_4(4 - \omega_2^2) \sen(\omega_2 t)$$



Observación 3: Para solucionar el anterior sistema fue necesario aplicar el método del anulador para sistemas homogéneos y luego hacer un trabajo adicional para encontrar las constantes de x_2 .

Para concluir se dejarán en primera instancia algunos interrogantes al lector:

1. ¿Cómo podría mejorarse el análisis matemático de cada fenómeno expuesto?
2. ¿Será posible construir alguna herramienta matemática o computacional que permita predecir este tipo de eventos?
3. ¿Considera usted que en nuestro país hay la suficiente infraestructura para comprender y responder a estas catástrofes?

Reflexionemos ahora sobre algunos detalles importantes a tener en cuenta: el primero de ellos es la gran utilidad que tiene la matemática en los fenómenos de la vida real, tal como lo demuestra la historia, donde no solo se ha dado solución a eventos fenomenológicos (como el estudio de las partículas por parte de Newton) sino también a aspectos

económicos y sociales (como lo que sucedió en Italia del siglo XVI al intentar dar solución al problema de determinar el volumen de los barriles de vino para su intercambio o la geometría desarrollada en torno a la mejora de los diseños de los barcos en la guerra) sin embargo, debe quedar muy claro que el acceso a esta ciencia depende de que tan bien desarrollada tengamos la teoría, de nada nos sirve hacer intentos desesperados por describir un evento si no hay unas bases bien sólidas que nos permitan identificar las variables y la relación que hay entre ellas.

El segundo aspecto a tener en cuenta es que se debe seguir indagando sobre el tema, esto puede ser muy favorable para países como el nuestro, ya que no se cuenta con los suficientes recursos para invertir en aparatos que adviertan fenómenos de ocurrencia repentina ni tampoco se cuenta con la suficiente cultura para reaccionar, así como sucede en países más desarrollados como Japón; a falta de tecnología e inversión en equipos de medida podemos hacer uso de esta poderosa ciencia para entender estos eventos, y a partir de allí intentar construir modelos que puedan predecir o advertir alguna amenaza. Y por último vemos que las estructuras estudiadas están sujetas a oscilación, por eso las grandes construcciones se realizan teniendo en cuenta este principio, permitiendo que por ejemplo los puentes sean construidos de tal forma que presenten pequeñas oscilaciones mientras la estructura se acopla completamente y que en los grandes edificios también se presente una leve oscilación impidiendo que se desplome.

(c) Bibliografía

ZILL, Dennis G., CULLEN, Michael R. Ecuaciones Diferenciales con problemas de valores en la frontera. Quinta edición. Thomson Learning. 2002.

www.discoverychannel.com

www.crid.or.cr/crid/CD\EIRD\Informa/esp/revista/No14\99/index\14e.htm

www.desenreddando.org

<http://www.tecnociencia.es/especiales/desastres/clasificacion.htm>

RECALDE, Luís Cornelio. Lecturas de Historia de las Matemáticas. UNIVALLE, Departamento de Matemáticas, 2006