

## EL PROCESO ENSEÑANZA - APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS EN MATEMÁTICAS

**“Si son operaciones básicas, ¿por qué es tan difícil?”<sup>1</sup>**

**Abel Enrique Posso Agudelo**

Matemático

Magister en Matemáticas

Doctor en Matemáticas

Grupo de Investigación GEINDES

Docente Titular Universidad Tecnológica de Pereira

[possoa@utp.edu.co](mailto:possoa@utp.edu.co)

Guiomar González Chica

Licenciada en Matemáticas y Física

Especialista en Docencia de las Matemáticas y la Física

Docente tiempo completo Colegio Oficial Lorencita Villegas de Santos

Docente Catedrática Universidad Antonio Nariño

[guiomargonzalez@gmail.com](mailto:guiomargonzalez@gmail.com)

Septiembre 02 de 2008 / Aceptado Noviembre 24 de 2008

### Resumen

Al compartir experiencias con los demás docentes es muy común oírlos decir “es que no saben sumar ni restar, los noquean los fraccionarios, se los come un despeje, no manejan bien los signos”, etc.

Estos comentarios se creerán normales en grado séptimo, pero lo sorprendente es que no sólo se refieren a aquellos estudiantes que están empezando sus estudios de educación

---

<sup>1</sup> Producto derivado del proyecto “PROGRAMA ONDAS RISARALDA DE COLCIENCIAS, desarrollado durante el año 2007, en la línea Pedagogía y Currículo y en el año 2008 en la línea de Ciencias Exactas y Naturales”, Coordinado por la Doctora Marta Cecilia Gutiérrez, Docente Investigadora de la Universidad Tecnológica de Pereira.

media sino a los universitarios también. Y esta última es una situación muy preocupante porque se supone que el estudiante universitario ha transitado por todas las matemáticas básicas y domina los conocimientos matemáticos fundamentales, pero no parece ser así.

Con este artículo se pretende dar a conocer algunos resultados obtenidos durante el desarrollo del proyecto de investigación “Cómo desarrollar la comprensión operativa en estudiantes de educación básica”, inscrito en el Programa Ondas Maestro de Colciencias y ejecutado en Fase I y Fase II durante los años 2007 y 2008

Palabras Clave: Competencias, enseñanza, aprendizaje, proyecto Ondas, operaciones básicas.

### **Abstract**

When sharing experiences with other teachers, it is very common for them to say “the students do not even know how to add or subtract, they get knocked out by the fractions, they have problems to clarify a problematic situation, they do not know how to use the signs, etc.

These comments could be normal in seventh grade, but what is surprising is that they are not only about those students who are starting their secondary school, but students from universities. And this situation is very worrying, since it is supposed that the students at university level, have had tuition in all kinds of basic mathematics, and have a domain of the fundamental topics, but it does not seem to be that way.

In this text, the author shows the results obtained in the first step of the research project “how to develop the operative comprehension in basic education students”. The research project development started in the year 2007 with its registration in the program Ondas Maestro Colciencias, which is in its second step nowadays.

**Key words:** Competences, teaching, learning, Wave project, basics operations.

## 1. INTRODUCCIÓN

Un maestro debe saber pedagogía y conocer la ciencia que enseña. Así, el maestro debe manejar dos ciencias: la que enseña y la que sustenta su razón de ser maestro.

Muchos maestros han intentado diversas estrategias para mejorar el aprendizaje de las matemáticas: como la lúdica, los laboratorios matemáticos, los proyectos pedagógicos, materiales didácticos llamativos, el uso de multimedia e interactivos; pero la verdad es que al compartir experiencias con los demás docentes es muy común oírlos decir “¡es que no hacen nada bien!, ¡no saben siquiera sumar!, ¡los noquean los fraccionarios!, ¡se los come un despeje!, ¡no manejan bien los signos!”, entre otras.

Estos comentarios no sólo se refieren a los estudiantes que están en la enseñanza básica o media sino también a los universitarios. Y esta última es una situación muy preocupante porque se supone que el universitario ha transitado por todas las matemáticas básicas y domina los conocimientos matemáticos fundamentales, pero en la realidad no sucede así.

Son muchos los interrogantes que un maestro de matemáticas se hace después de intentar diversas estrategias para que sus estudiantes comprendan un tema, el cree que ha enseñado muy bien pero evalúa y se encuentra con resultados poco satisfactorios.

Cuántas veces el maestro se pregunta ¿Qué estrategia emplear para que los estudiantes mejoren su nivel de aprovechamiento en los cursos de matemáticas?

Para intentar dar respuesta a esta pregunta se formuló el proyecto:

*“¿Cómo desarrollar comprensión operativa en estudiantes de educación básica?”*

## **2. FASE I DEL PROYECTO (EXPLORACIÓN)**

Este proyecto participó en la convocatoria **Ondas Maestro de Colciencias, año 2007** se inició con 768 estudiantes de grado 6 a 9 de uno de los colegios de Santa Rosa de Cabal (el 16,22% de la población escolar del municipio en estos grados).

Para tal efecto se aplicó la siguiente prueba:

Resolver:

1. Sumar
  - a)  $23+356+10=$
  - b)  $(24+521)+100=$
2. Restar
  - a)  $(123-24)-67=$
  - b)  $245-(32-9)=$
3. Multiplicar
  - a)  $4(12+7) =$

b)  $8(16) \times 45(3) =$

4. Efectuar la operación indicada

a)  $1/3 + 4/3 =$

b)  $5/7 + 2/3 + 1/6 =$

5. Resolver

$3(2/5) + 2(1/3) =$

## 2.1 Descripción de los resultados

1. Se encontró que las operaciones suma y resta sencillas, sin uso de signos de agrupación tuvieron en general un desempeño satisfactorio, con un promedio de acierto del 87,08%.
2. Al proponer la realización de operaciones combinadas y relacionadas con signos de agrupación se observó un gran descenso en el desempeño, especialmente en los grados 8° y 9° con acierto del 7,11%.
3. En la solución de operaciones que relacionan signos + y - presentaron en general gran deficiencia en los grados 6° y 7°, muchos obtuvieron la cifra numérica, pero equivocaron el signo.
4. Otro aspecto observado fue la dificultad en el manejo de la jerarquía de las operaciones. Cuando se combina suma y resta con multiplicación no se ejecuta correctamente el algoritmo, bien sea aplicando la propiedad distributiva o ejecutando primero la operación dentro del paréntesis y luego multiplicando.

No se alcanzó en esta fase del proyecto a determinar las causas de los errores cometidos por los estudiantes y únicamente se cuantificaron los porcentajes de acierto en las

respuestas. Más adelante, al diagnosticar categorías de los algoritmos utilizados en la solución de los ejercicios y destrezas en la solución de los problemas, se espera determinar cuales son los factores que influyen directamente en el bajo rendimiento de los estudiantes en matemáticas básicas.

### 3. FASE II DEL PROYECTO.

El proyecto aprobado en su fase II, para el año 2008, en la convocatoria **ONDAS MAESTRO DE COLCIENCIAS**, se realizó con una muestra de 97 estudiantes de grado noveno, y 115 estudiantes de grado 11, de la Institución Educativa Lorencita Villegas de Santos de Santa Rosa de Cabal. Se manejó sólo el Pensamiento Numérico, con ejercicios de suma y producto en el conjunto de los números naturales, competencia comunicativa y resolución de problemas.

Se aplicó la siguiente prueba:

Lee con atención cada enunciado y resuelve de acuerdo con la información proporcionada:

Favor dejar escritos los procedimientos en cada ejercicio.

1. Efectúa la operación indicada

a.  $36 + 457 + 3 =$

b.  $2 + 76 + (1 + 6789) =$

c.  $3 + (457 + 36) =$

2. Encuentra los números que debes colocar en lugar del \* para que el resultado de la suma sea correcto:

$$\begin{array}{r}
 12* \\
 + \quad *4 \\
 \hline
 *12 \\
 \hline
 309
 \end{array}$$

3. Lee la siguiente información y resuelve el ejercicio para encontrar la respuesta a las preguntas formuladas:

Para vacunar una población de 300000 habitantes han llegado las siguientes cantidades de inyecciones: 30 paquetes de 100 cajas con 10 ampollas cada una, 200 paquetes de 100 cajas con 10 ampollas cada una, 400 cajas con 100 ampollas cada una y 600 cajas con 100 ampollas cada una. Si cada persona consume una ampolleta y no se quiebra ninguna ¿Serán suficientes las enviadas? ¿Alcanzará con las ampollas sobrantes para vacunar a otra población de 30.000 habitantes?

4. Usa tu imaginación y resuelve:

- a. ¿Cinco unos pueden sumar 14?
- b. ¿Se puede obtener la suma de 12 con tres dígitos iguales que no sean cuatro?

5. Observa el cuadrado y completa los espacios vacíos, teniendo en cuenta que debe contener los números del 1 al 9 sin repetir, y las sumas vertical, diagonal y horizontal dan como resultado 15.

		2
3	5	

		6
--	--	---

### 3.1 Resultados de la prueba

#### 3.1.1 Tabla No. 1. Resumen de los resultados obtenidos en la prueba

<b>COMPARACIÓN DE DESEMPEÑO GRADOS 9 Y 11</b>		
<b>VALORACION DE LA RESPUESTA</b>	<b>GRADO 9</b>	<b>GRADO 11</b>
<b>EJERCICIO 1a</b>		
ACERTADA	89,70%	92,52%
INCORRECTA	10,30%	7,48%
NO RESPONDE	0	0
<b>EJERCICIO 1b</b>		
ACERTADA	79,40%	75,65%
INCORRECTA	17,50%	24,35%
NO RESPONDE	3,10%	0
<b>EJERCICIO 1c</b>		
ACERTADA	79,40%	69,56%
INCORRECTA	17,50%	27,84%
NO RESPONDE	3,10%	2,60%
<b>EJERCICIO 2</b>		
ACERTADA	90,70%	91,30%
INCORRECTA	9,30%	8,70%
<b>EJERCICIO 3</b>		
ACERTADA	22,70%	36,52%
INCORRECTA	37,10%	39,13%
NO RESPONDE	40,20%	24,35%
<b>EJERCICIO 4a</b>		
ACERTADA	25,70%	57,39%
INCORRECTA	35,10%	13,92%
NO RESPONDE	23,70%	22,60%
SOLUCION ALTERNATIVA	15,50%	6,09%
<b>EJERCICIO 4b</b>		
ACERTADA	36,10%	46,09%
INCORRECTA	36,10%	26,96%
NO RESPONDE	27,80%	24,35%
SOLUCION ALTERNATIVA		2,60%
<b>EJERCICIO 5</b>		
ACERTADA	86,60%	96,52%
INCORRECTA	12,40%	3,48%
NO RESPONDE	1%	

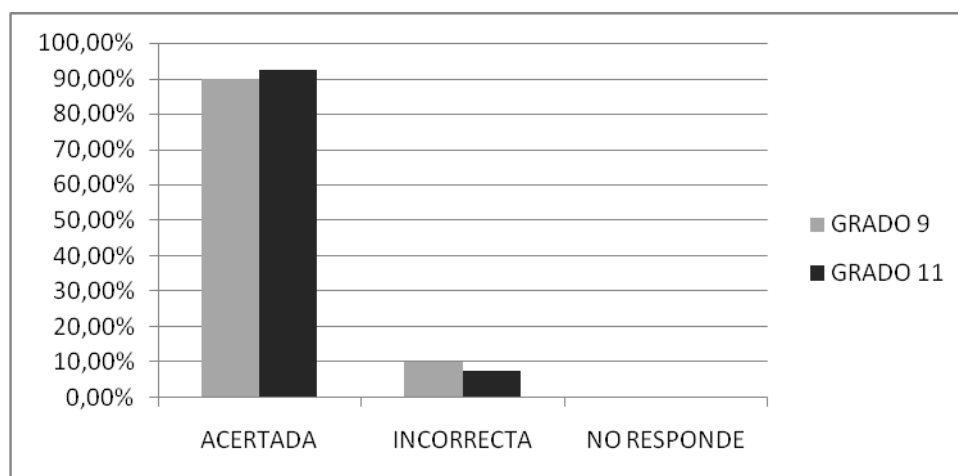


Fuente: Elaboración de los autores

### 3.1.2 Representación gráfica y descripción de resultados (Fase II)

Durante el desarrollo de la Fase II al diagnosticar categorías de los algoritmos utilizados en la solución de los ejercicios, destrezas en la solución de problemas y razonamiento matemático, se encontraron algunas deficiencias en: la comprensión de las operaciones básicas, procesos de reversibilidad, representación semiótica de objetos matemáticos así como en la categoría en el dominio de las operaciones.

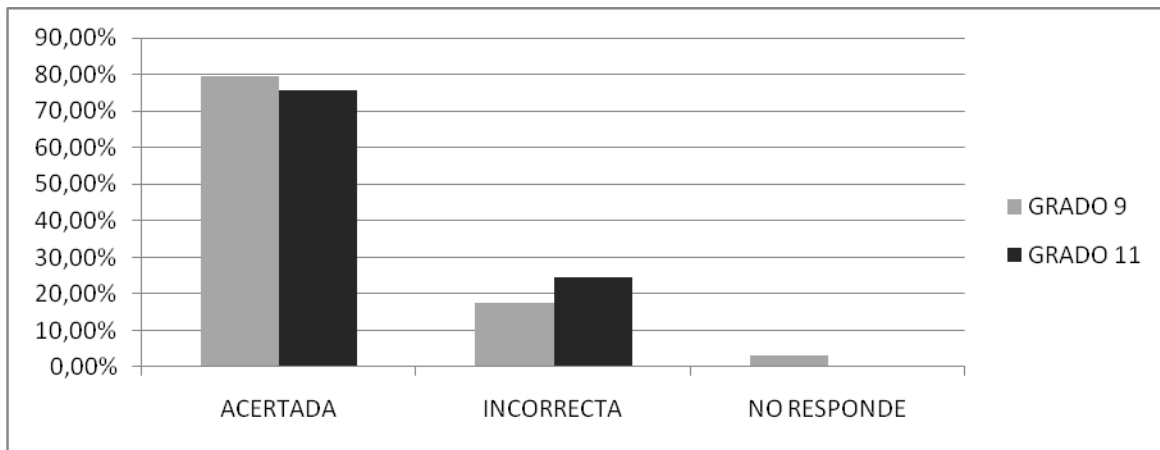
**Gráfico No. 1.** Resultados Ejercicio 1a



Fuente: Elaboración de los autores

El ejercicio planteado fue una suma horizontal de tres números naturales, únicamente mediados por el signo mas; un docente de matemáticas espera que el 100% de las estudiantes de 9º y las de 11º resuelvan este tipo de ejercicios, pero el estudio muestra que en 9º el 10.3% y en 11º el 7.48% no saben sumar.

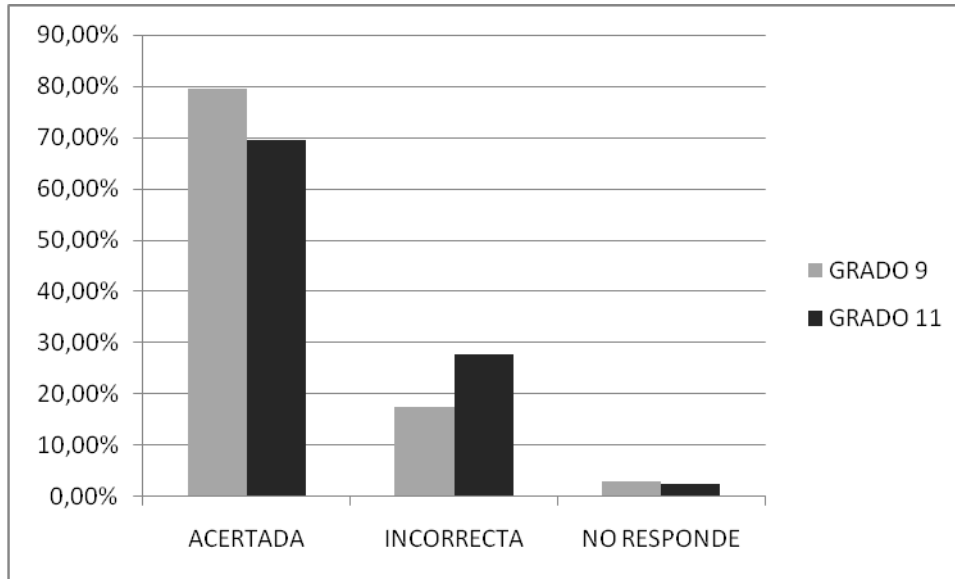
**Gráfico No. 2.** Resultados Ejercicio 1b



Fuente: Elaboración de los autores

El segundo ejercicio tiene como elemento adicional el uso de paréntesis, pero se elevó el porcentaje de error en 9º a 17,50% y en 11º al 24,35%, lo cual sugiere la necesidad de indagar acerca de las dificultades relacionadas con el proceso de representación semiótica de objetos matemáticos porque además, el paréntesis precedido del signo más, fue operado como multiplicación por un 20% de estudiantes del grado 11º.

### Gráfico No. 3. Resultados Ejercicio 1c

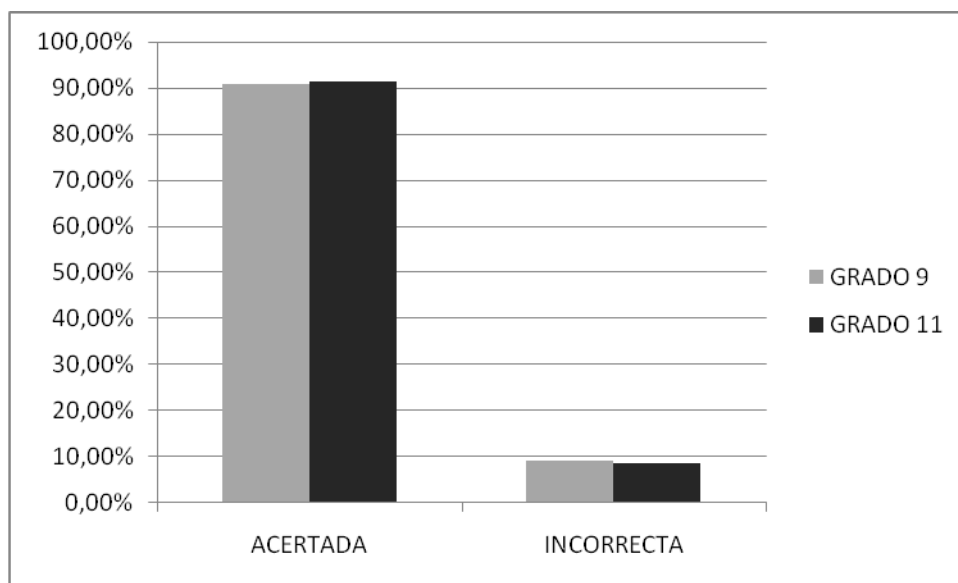


Fuente: Elaboración de los autores

El tercer ejercicio tiene como objetivo la verificación de las propiedades conmutativa y asociativa de la suma, el porcentaje de error en 9º es de 17,50% y en 11º de 27,84%, lo cual sugiere la necesidad de indagar acerca de las dificultades relacionadas con dichas propiedades que además se hace más evidente en grado once.

Las cifras del primer (1a) y tercer (1b) ejercicio son las mismas, ubicadas en diferente orden; contrastando los resultados de la primera y tercera línea del ejercicio, el estudio arrojó que un 15,5% de las estudiantes en grado 9º y el 22,96% en grado 11º responde acertadamente la primera línea, pero no la tercera; se deduce de esta situación que las estudiantes no poseen dominio y comprensión del concepto de propiedad conmutativa ni asociativa de la suma.

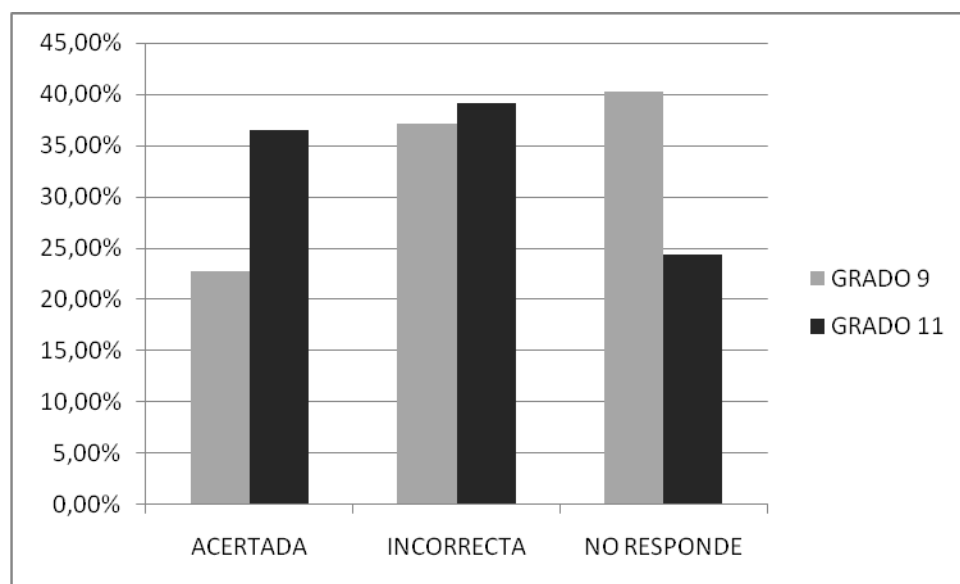
#### **Gráfico No. 4.** Resultados Ejercicio 2



Fuente: Elaboración de los autores

El segundo numeral consistió en una suma en la cual estaba el resultado pero faltaban algunos componentes de los sumandos, propuesta para verificar procesos de reversibilidad en la suma. Aunque el 90,7% acertó la respuesta, hubo un 9,3% de error en grado 9° y un 8,7% de error grado 11°.

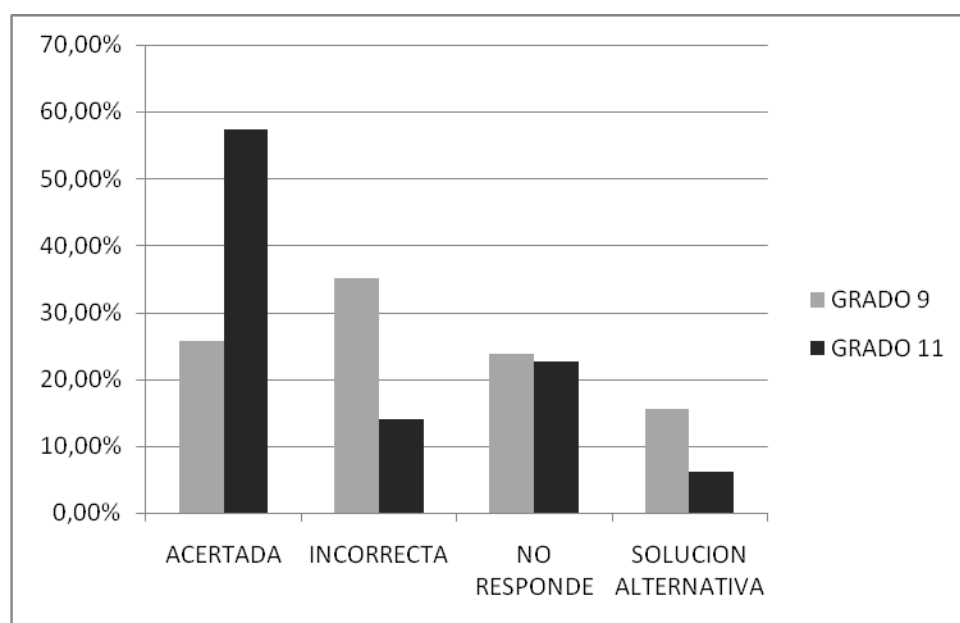
### Gráfico No. 5. Resultados Ejercicio 3



Fuente: Elaboración de los Autores

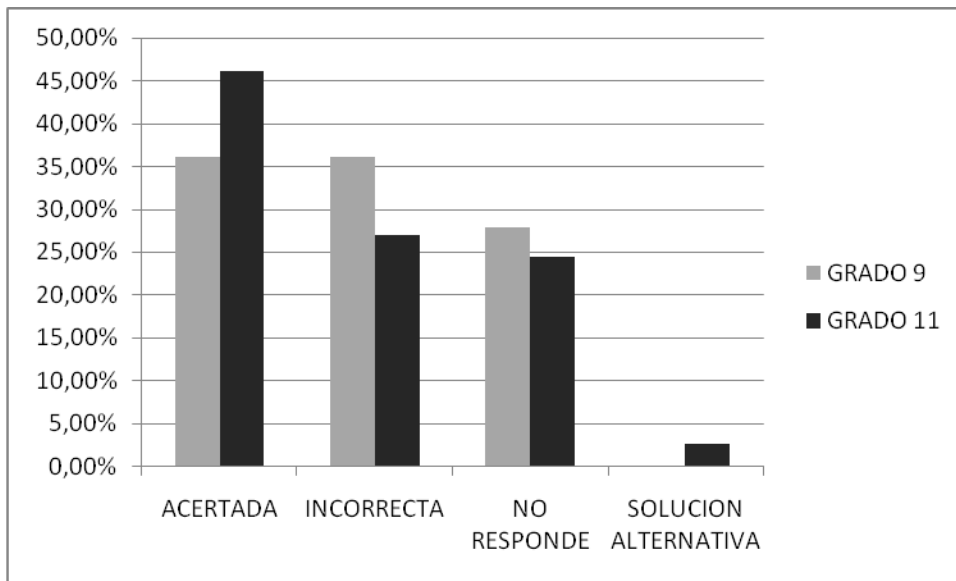
En el tercer numeral se propuso un problema cuya solución combina sumas y productos. El mayor porcentaje fue “no responde” con 40,2%, seguido del 37,1% con respuesta equivocada y solo 22,7% acertadas, en grado 9°. Al comparar estos resultados con el grado 11° se observan resultados similares: 36,52% de aciertos, 39,13% respuestas incorrectas y un significativo 24,35% sin respuesta. La falta de comprensión de lectura, enfocada como un problema lingüístico y matemático, se evidencia aquí, cuando observamos que algunos estudiantes interpretan mal los enunciados textuales y al resolver el problema suman lo que se debía multiplicar o multiplican lo que se debía sumar. No desarrollan un “esquema analítico” de procedimientos, exceptuando unos pocos casos, organizando la información, para luego ejecutar las operaciones, sino que suman, restan o multiplican sin una lógica operacional.

**Gráfico No. 6.** Resultados Ejercicio 4ª



Fuente: elaboración de los autores

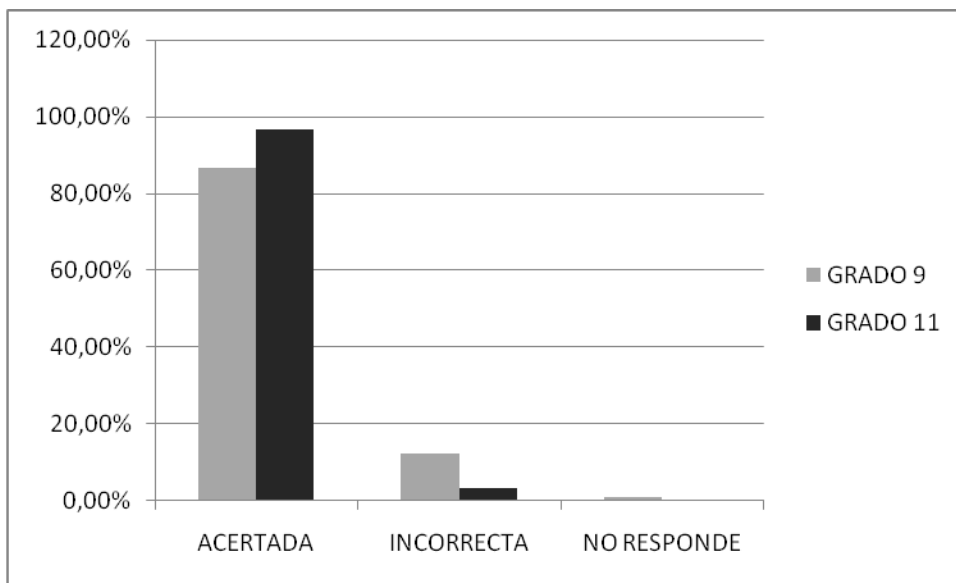
**Gráfico No. 7. Resultados Ejercicio 4b**



Fuente: Elaboración de los autores

Los ejercicios del numeral 4 fueron propuestos para buscar soluciones creativas y se distribuyó el porcentaje entre 36% de aciertos, 36% de respuestas equivocadas y 27,8% sin respuesta. Se encontraron algunas soluciones alternativas que aunque no están dentro de lo esperado muestran creatividad e ingenio.

**Gráfico No. 8. Resultados Ejercicio 5**



Fuente: Elaboración de los autores

En este último numeral se propuso un cuadrado mágico como mecanismo para confrontar el concepto de suma, porque es necesario que se aplique la propiedad conmutativa y que se realice simultáneamente suma y resta (reversibilidad), porque se conoce de antemano el resultado y se debe comparar para descartar los números que ya están escritos. Los resultados efectivamente confirman que el 7,48% de estudiantes de 11<sup>o</sup> no resuelve satisfactoriamente la suma de la primera línea, y el 3,48 % tampoco el cuadrado mágico; en cuanto al grado 9<sup>o</sup> el porcentaje de error de 12,4% es bastante grande, para una operación tan sencilla. Se infiere a partir de este estudio que además de dificultades en la realización de operaciones básicas, las estudiantes de ambos grados tienen también dificultades en la comprensión de lectura y en la interpretación de instrucciones.

## 5. CONCLUSIONES

Se pretende, con este trabajo, motivar una discusión frente a las características del proceso actual de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para buscar alternativas que contribuyan a mejorar la efectividad de nuestro proceso educativo, lo cual se debe reflejar en la disminución del fracaso estudiantil en matemáticas.

Al contrastar los resultados de la misma prueba aplicada a estudiantes de 9 y 11 se concluye además que los estudiantes manifiestan un aprendizaje momentáneo, usando su memoria de corto plazo, no un aprendizaje en profundidad como se verifica en los elevados porcentajes de error en el desarrollo de operaciones básicas en los estudiantes de grados 11.

El sistema escolar y sus componentes deben repensar sus responsabilidades y compromisos frente al aprendizaje. Es este componente el que mejor permite evidenciar los resultados. Es por el aprendizaje que se debe medir la efectividad en el proceso educativo y no por la enseñanza.

El aprendizaje de nociones y conceptos como las operaciones básicas para estudiantes que acceden a la universidad plantea la identificación de elementos que contribuyan a la construcción de nuevas nociones y conceptos que deben ser reelaborados y repensados aunque ya se hayan visto en la educación básica.

El aprendizaje de operaciones, nociones y conceptos en matemáticas y las dificultades registradas invitan a los docentes de educación básica y universitarios a incorporar en su práctica cotidiana elementos del proceso de investigación como soporte de su intervención pedagógica, Reexaminar cotidianamente su practica y el desempeño de sus estudiantes,



para identificar errores conceptuales, problemas de representación semiótica, dificultades en la comprensión de los sistemas numéricos y sus propiedades y resolver tempranamente dudas e incomprensiones de los objetos matemáticos.

Los recursos del sistema escolar y en particular los relacionados con las actividades del aula, entre ellos la evaluación, deben ser objeto de indagación, reflexión y transformación para alcanzar logros coherentes con el propósito de desarrollar pensamiento matemático.

## **BIBLIOGRAFÍA**

- Ackoff, (2005) El arte de resolver problemas, Limusa. México
- Aldaban, J. P., Hernández, Lady. Forero, Hugo A. Relaciones entre lo Aritmético y lo Geométrico...El caso de la suma... Un paso por la geometría Dinámica. Grupo de Investigación SEM. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. III congreso Iberoamericano de CABRI
- Asociación internacional para la evaluación del rendimiento educativo (TIMSS), Revista Iberoamericana de Educación
- Bransford, John D y Stein, Barry S. (1993) Solución Ideal de Problemas. España
- Castaño Bedoya, Jorge Iván, (2003) Análisis de las pruebas saber, indagación sobre las concepciones de los estudiantes. ICFES
- Castro E. (2000), Estructuras aritméticas elementales y su modelización. Editorial Iberoamericana.
- Chevallard, Y. (1991), La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Editorial Aique.
- Coll, Cesar y Valls, Enric El aprendizaje, la enseñanza de los conocimientos. Pág. 92
- Duval, Raymond. Transformaciones de representaciones semióticas y demarches de pensamiento en matemáticas. Universidad de la Costa de Ópalo, Francia
- Estándares básicos de competencias en Matemáticas. (2000)Documento No. 3. Ministerio de Educación Nacional. Pág. 46

- Fernández Bravo, José Antonio. La enseñanza de la multiplicación aritmética: una barrera epistemológica. Universidad Complutense de Madrid, España.
- G, Polya. (2002) Como plantear y resolver problemas. ED. Trillas. México.
- Godino, Juan D, Batanero C. Conocimientos matemáticos. Universidad de Granada
- Jesús Gallardo Romero y José Luis González Mari. Una aproximación operativa al diagnóstico y la evaluación del conocimiento matemático. Universidad de Málaga.
- Piaget, J. (1983) Seis estudios de psicología. París. Gonthier
- Schoenfeld, Alan H. (2000), Propósitos y métodos de investigación en educación matemática. (Traducción de Juan D. Godino)
- Vergnaud, G. (1985) El niño, las matemáticas y la realidad: Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Méjico. Trillas 2003.