

# Descriptores de los Niveles de Pensamiento Van Hiele para el Aprendizaje de Series Temporales

## Descriptors of Van Hiele Levels of Thinking for the Learning of Time Series

H. Chica, L.J. Martínez, O. Fernández

Recibido Abrío 02 de 2013 – Aceptado Mayo 30 de 2013

**Resumen** - En este artículo se pretende mostrar descriptores de los niveles de pensamiento de van Hiele para la enseñanza de las series de tiempo y distintas actividades que permiten al estudiante progresar en las diferentes etapas. Se estima la confiabilidad de una prueba que ubica el nivel en el que se encuentra el estudiante. Además, se exhiben los resultados de un estudio de caso con dos grupos experimentales, el primero, conformado por estudiantes que recibieron instrucción bajo las directrices del modelo van Hiele y el segundo, un grupo control instruido bajo un esquema conductista tradicional.

**Palabras clave** - Descriptores, Modelo Sarima, Series de Tiempo, Modelo de Van Hiele.

**Abstract** - this article presents the descriptors of van Hiele levels thinking method for teaching time series and different activities that allow students to progress through different stages. This project developed a reliable test that placed each student in one of the levels, and results were obtained by analyzing a case study with two experimental groups. One of them was given guidelines of van Hiele model and the second one was a control group trained with a traditional behaviorist scheme.

**Key Words:** Descriptors, Sarima Model, Time Series, Van Hiele Model.

### I. INTRODUCCIÓN

Uno de los principales problemas en la enseñanza de las series temporales radica en la dificultad que

<sup>1</sup> Producto derivado del Proyecto de Investigación “Un Enfoque Pedagógico bajo el modelo de Van Hiele para la Enseñanza de las Series Temporales bajo La Metodología ARIMA” con el apoyo de la Universidades Tecnológica de Pereira y la de Caldas, y CENICAÑA.

H. Chica trabaja como Biometrista en el Servicio de Análisis Económico y Estadístico del Centro de Investigación de la Caña de Azúcar de Colombia, CENICAÑA, hachica@cenicana.org).

L. Martínez es profesor asociado del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Caldas, lorenzo.martinez\_h@ucaldas.edu.co).

O. Fernández es profesor asociado del Departamento de Matemáticas de la Universidad Tecnológica de Pereira, oscarf@utp.edu.co).

tiene el estudiante para comprender el concepto de proceso estocástico y que su modelación se hace a partir de su propia historia (Paradigma de la metodología ARIMA). Se hace necesario desarrollar una metodología de enseñanza que permita adquirir los conceptos libres de imaginarios, para que aquellos que quieran investigar en el tema puedan avanzar en el desarrollo de éste, o quienes quieran utilizarlas como herramienta de análisis de datos económicos, climáticos y productivos, puedan resolver sus problemas de investigación con suficiencia. Dicha metodología se apoya en la teoría de enseñanza de los esposos Van Hiele desarrollada por ellos en 1957, en *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education* (Fouz, sf.).

El modelo de van Hiele está formado por dos partes: una descriptiva que identifica una secuencia de tipos de razonamiento llamados “niveles de razonamiento”, la otra da a los profesores directrices sobre cómo pueden ayudar a sus estudiantes a alcanzar fácilmente un nivel superior de razonamiento; estas se conocen como “fases de aprendizaje” (Jaime & Gutiérrez, 1990). Los 5 niveles de razonamiento del modelo van Hiele son: Reconocimiento, Análisis, Clasificación, Deducción Formal, Rigor, llamados nivel 0, nivel 1, ..., nivel 5, respectivamente (Fouz, sf.) (Jaime & Gutiérrez, 1990). Las fases de aprendizaje del modelo son: Información, Orientación dirigida, Explicitación, Orientación libre, Integración, las cuales se denominan fase 1, fase 2, ..., fase 5, respectivamente (Jaime, & Gutiérrez, 1990).

### II. CONTENIDO

Los descriptores del modelo de van Hiele están dados para la enseñanza de la geometría. En este estudio se generan

los descriptores para los tres primeros niveles de pensamiento, para la apropiación del conocimiento en la modelación de las series de tiempo con la metodología ARIMA. El nivel 3 (Deducción formal) y el nivel 4 (Rigor) no fueron tomados en cuenta, dado que la propuesta didáctica está dirigida a estudiantes de pregrado y postgrado de ciencias aplicadas. El estudio está enfocado, además, al análisis descriptivo de las series de tiempo y no al análisis inferencial, ya que la instrucción en el concepto de prueba de hipótesis y en el de intervalo de confiabilidad representa una investigación diferente en la enseñanza de la estadística.

### *A. Descriptores*

#### *1) Nivel 0. De Reconocimiento*

Se busca reconocer qué son datos ordenados en el tiempo y que éstos pueden oscilar en el tiempo, bien sea, de manera estable o cambiante. Así mismo, que hay diferentes tipos de comportamientos: las series aumentan o disminuyen con el tiempo y presentan oscilaciones que pueden repetirse después de “s” unidades de tiempo. Se puede presentar solo la oscilación sin aumento o disminución de la serie. En este nivel el estudiante sabe generar una serie a partir de otra, donde la generada oscila alrededor de un valor constante a partir de las primeras diferencias de la serie dada.

#### *2) Nivel 1. De Análisis*

Los objetos de estudio son las propiedades que analizan los elementos básicos del nivel de reconocimiento. En este nivel el estudiante es capaz de encontrar el tipo de tendencia determinística que sigue una serie (constante, lineal, cuadrática, exponencial, etc.) y puede hallar un modelo para ésta mediante mínimos cuadrados ordinarios (concepto previo al nivel 0). También puede analizar los residuos de ajuste y es capaz de determinar que en algunos casos no se cumple el supuesto de auto correlación, sin embargo, no sabe aún cómo manejarlo. Conoce que los residuos del modelo de regresión tienen una tendencia constante alrededor del valor cero. Si los residuos no son homocedásticos, el estudiante sabe que es necesario realizar una transformación de la serie (conocimiento previo de regresión). Además, comprende que para poder pronosticar el comportamiento futuro de la serie de tiempo se debe conocer el comportamiento pasado de las observaciones, aunque aún desconoce cómo hacerlo.

#### *3) Nivel 2. De clasificación*

Ya en este nivel el estudiante es capaz de separar analíticamente los componentes de tendencia, estacionalidad, ciclicidad y aleatoriedad de una serie de tiempo. Entiende la definición de proceso estocástico, auto correlación, auto correlación parcial, ruido blanco y modelo Estacional Auto-regresivo Integrado de Promedio Móvil. Se sabe que la serie tiene que ser estacionaria para poder ajustar un modelo SARIMA. Además, es capaz de determinar si los nuevos residuos del modelo son ruido blanco.

### *B. Características de los niveles.*

Un indicador fundamental para ubicar al estudiante en cada uno de los niveles, es el lenguaje utilizado en éstos. El lenguaje utilizado en el nivel 0 debe propender porque los estudiantes reconozcan las partes de una serie de tiempo, aún es muy temprano para hablar de estacionariedad o de ruido blanco. En esta fase es importante que el estudiante entienda los términos tendencia, estacionalidad, ciclicidad y ruido aleatorio, no es oportuno usar la notación propia de las series de tiempo.

En el nivel 1 la palabra estacionariedad ya tendrá sentido, la simbología a utilizar será la de regresión, el operador delta de diferenciación y los modelos auto regresivos.

En el nivel 2, el estudiante hablará con propiedad de un modelo ARIMA, entiende los términos ruido blanco y funciones de auto correlación. Este aspecto del modelo van Hiele es quizá una de las herramientas fundamentales para diferenciar el nivel de pensamiento en el que se encuentra un estudiante.

### *C. Estudio de caso*

Con el fin de evaluar la propuesta didáctica, se llevó a cabo un estudio de caso entre el 5 de marzo y el 21 de mayo de 2010 con 51 estudiantes de Agronomía de la Universidad de Caldas pertenecientes a los semestres III, IV y V matriculados en el curso de Métodos Estadísticos, por lo que no fueron seleccionados aleatoriamente de la población general del programa.

#### *1) Metodología*

##### *a) Tratamientos*

El grupo se dividió indistintamente en dos partes, conformando un grupo de 25 estudiantes que recibieron el curso de series de tiempo realizando las 46 actividades de la propuesta didáctica y otro grupo control de 26 estudiantes a los que se les impartieron los temas de series de tiempo sin aplicar la propuesta didáctica. Las clases se dieron en la sala de sistemas de la facultad de Ciencias Agropecuarias de la Universidad de Caldas asegurando una computadora con la aplicación StatGraphics v5.1 para cada estudiante.

##### *b) Evaluación de los niveles de pensamiento*

Al final del estudio se realizó una prueba (Tabla I) a los 51 estudiantes del estudio para determinar su nivel de pensamiento. A las preguntas se les asignó un puntaje (Tabla II), de tal forma que el total equivale a 25 puntos. Las preguntas se diseñaron para distinguir el nivel de pensamiento en el que se encontraba cada uno. A continuación se describe la función de cada ítem del test.

Tabla I  
Test propuesto para evaluar el nivel de pensamiento de los individuos del estudio de caso

1.	Sea $Z_t$ una serie de tiempo que sigue un proceso ARIMA(2,2). Si los parámetros son: $\theta_0 = 100$ , $\phi_1 = -0.32$ , $\phi_2 = -0.1$ , $\theta_1 = 0.4$ y $\theta_2 = -0.2$ ; escriba el modelo como una combinación lineal.
2.	Se tiene una realización de 100 observaciones de la serie temporal del punto 1 en donde $Z_{99} = 360$ , $Z_{100} = 210$ , $a_{99} = -12.3$ y $a_{100} = 11.6$ . Se pide calcular manualmente el pronóstico para $Z_{101}$ .
3.	Si $Z_t$ no es estacionaria en la media, ¿Qué hace usted para conseguir estacionariedad?
4.	Se muestra a continuación una serie de tiempo semanal no estacional del número de individuos de broca medidos en una parcela experimental.
4a.	Describa la serie de acuerdo a su estacionariedad
4b.	Determine la relación que tiene la serie con su pasado de acuerdo con las funciones de auto-correlación y auto-correlación parcial
4c.	Con la ayuda de la aplicación StatGraphics V.5.1 estime los parámetros del modelo adecuado para predecir el número semanal de adultos de broca en la parcela.
4d.	Escriba el modelo ajustado como una combinación lineal
4e.	Reporte los cuatro primeros pronósticos que arroja el sistema e intérpretelos.

El orden de las preguntas no está relacionado con el nivel de pensamiento, esto se hizo para impartir aleatoriedad en el test y evitar algún patrón de respuestas por parte del estudiante. Para diferenciar el nivel 0 del nivel 1 se crearon las preguntas 3, 4a y 4b, las cuales suman 12 puntos. Si el estudiante no contesta alguna de estas preguntas, o si el vocabulario empleado en las respuestas no es propio del nivel 1 el estudiante queda clasificado en nivel 0. Para diferenciar el nivel 1 del nivel 2 se tienen las preguntas 4c, 4d y 4e las cuales suman 9 puntos y están encadenadas, esto es, para contestar la 4d o la 4e se debe contestar bien la 4c. En caso que un estudiante conteste la 4c por asociación con el manejo de la aplicación Stat- Graphics, no podrá contestar la 4d ni la 4e si no se encuentra en nivel 2 y su puntaje total no le alcanzará para quedar clasificado erróneamente en este nivel. Las preguntas 1 y 2 sirven para validar el nivel 2 de pensamiento pero por tratarse de ítems que pueden resolverse bien con asociación memorística, los puntajes asignados no incrementan significativamente el puntaje total de la prueba si no se han contestado correctamente las preguntas 4c, 4d y 4e. En resumen, los puntajes asignados a cada pregunta son el resultado de varias simulaciones en donde se evaluó el efecto sobre el puntaje total (y finalmente sobre el nivel asignado) que se tendría si un estudiante contestara bien una pregunta por azar y no porque realmente está en el nivel de pensamiento correspondiente.

Tabla II  
Puntuación de las preguntas del test de los niveles de pensamiento

Pregunta	1	2	3	4a	4b	4c	4d	4e	Tota l
Puntaje	2	2	4	4	4	2	2	5	25

El nivel asignado a cada estudiante según el puntaje total del test se muestra en la Tabla III. Se hace hincapié en el hecho de que el vocabulario empleado por el estudiante es fundamental para determinar si ha contestado acertadamente la pregunta. Si la respuesta es incorrecta el puntaje será cero. En los resultados se muestra el análisis de fiabilidad del test mediante el coeficiente *Alfa ordinal* basado en la matriz de correlaciones policóricas de los ítems (Elousa y Zumbo, 2008).

Tabla III  
Nivel de pensamiento asignado a cada estudiante según el puntaje obtenido en la prueba

Nivel	Puntaje
1. Reconocimiento	0 - 11
2. Análisis	12 - 18
3. Clasificación	19 - 25

## 2) Resultados y Discusión

El análisis de fiabilidad del test realizado arrojó un coeficiente  $\alpha$  ordinal igual a 0.959, lo que garantiza la fiabilidad de la escala que se ha utilizado para asignar los niveles de pensamiento a los estudiantes del estudio de caso. En la Tabla IV se muestran las comunidades calculadas con el programa FACTOR V9.2 a partir del cual se calculó el  $\alpha$  ordinal utilizando la matriz de correlaciones policóricas (Elousa y Zumbo, 2008).

Tabla IV  
Análisis de fiabilidad individual de cada una de las preguntas del test

Pregunta	Comunalidad
1	0.774
2	0.611
3	0.878
4a	0.945
4b	0.602
4c	0.611
4d	0.956
4e	0.648

El análisis cuantitativo de los resultados del estudio de caso muestra en primer lugar que el 47% de los estudiantes fueron clasificados en el nivel 0 de reconocimiento (Fig. 1)

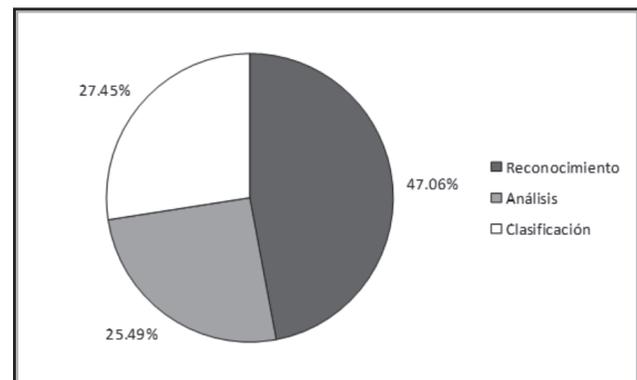


Fig. 1. Distribución porcentual de los niveles de pensamiento en los estudiantes del estudio de caso.

El análisis bivariado de frecuencias de la Tabla V muestra sin embargo que dentro del grupo control este porcentaje se incrementó hasta un 73%, mientras que en el grupo instruido bajo las directrices van Hiele solo hubo 5 estudiantes en el nivel de reconocimiento, es decir el 20% del subgrupo.

Tabla V  
Tabla de doble entrada con porcentajes con respecto a los grupos del estudio.

Grupo	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Total
Control	19	4	3	26
	73.08%	15.38%	11.54%	100%
van Hiele	5	9	11	25
	20%	36%	44%	100%

Con respecto al nivel 1 de análisis, el porcentaje de estudiantes en este nivel de razonamiento es más del doble en los estudiantes del grupo van Hiele que en el grupo control (36% y 16% respectivamente) (Fig. 2).

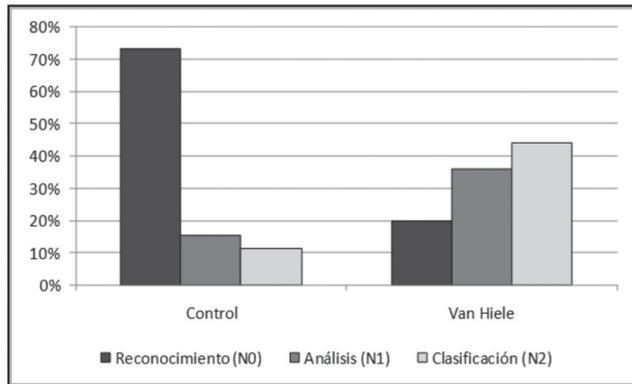


Fig. 2. Distribución porcentual de los niveles de pensamiento por cada grupo experimental

Además en el grupo van Hiele, el 44% de los estudiantes alcanzaron el nivel 2 de razonamiento en el análisis de series de tiempo, contra un 11.5% encontrado en el grupo control.

Con ayuda de la aplicación SPAD 7.0 se hizo un análisis de correspondencias simples (ACS) y con las coordenadas resultantes se llevó a cabo un análisis de conglomerados para determinar con una significancia estadística del 5% si hubo por lo menos dos conglomerados diferentes en la muestra del estudio de caso (Peña, 2002).

Con el análisis de correspondencias simples se encontró que los dos primeros ejes factoriales explicaron el 84.53% de la variabilidad en el comportamiento de los estudiantes (Tabla VI).

Tabla VI  
Eigen-valores del análisis de correspondencias múltiples

Eje	Eigen-valor	Porcentaje	Porcentaje Acumulado
1	0.768	51.20	51.20
2	0.500	33.33	84.53
3	0.232	15.47	100.00

Analizando además las coordenadas de las categorías de los tratamientos (control y van Hiele) y de los niveles de pensamiento, se observa por un lado la asociación entre el grupo control y el nivel de reconocimiento y por el otro la asociación entre el grupo van Hiele y los niveles de análisis y clasificación. Esto se puede observar en la Tabla VII en las coordenadas del primer eje; por ejemplo, el grupo control y el nivel de reconocimiento tienen igual signo. Lo anterior sugiere claramente que basados en los resultados del test existen dos grupos en la muestra, los de bajo conocimiento y los de alto conocimiento, que coinciden además con los grupos control y van Hiele respectivamente.

Tabla VII  
Coordenadas de las categorías del estudio con respecto de los ejes factoriales del ACS

Grupo	Peso relativo	Distancia	Eje 1	Eje 2
CONTROL	25.49	0.96	0.86	0.00
VAN HIELE	24.51	1.04	-0.89	0.00
Nivel	Peso relativo	Distancia	Eje 1	Eje 2
0	23.52	1.12	0.92	0.13
1	12.74	2.92	-0.66	-1.53
2	13.72	2.64	-0.97	1.19

Tomando las coordenadas de los estudiantes con respecto a los tres ejes se realizó un análisis de conglomerados encontrándose dos grupos definidos. El primer grupo, al que se llamará de menor conocimiento (Tabla VIII), se caracteriza porque en él está incluido el total de los estudiantes que fueron clasificados en el nivel 0 de reconocimiento. Si se toman los estudiantes de este conglomerado (24 de los 51) como el total, el 79.17% estuvieron en el grupo control, así mismo, a este conglomerado pertenecen el 73.08% de los estudiantes del control, cuando se toma este subgrupo como el total. El segundo grupo, al que llamaremos de mayor conocimiento (Tabla IX), se caracteriza porque lo conforman el 100% de los estudiantes clasificados en nivel de análisis y de clasificación repartidos en un 48.15% y un 51.85% respectivamente.

Tabla VIII  
Descripción de los estudiantes del conglomerado uno

Variable	Categorías	Cat/Cong	Cong/Cat	P-valor
Nivel	Reconocimiento	100.00	100.00	0.000
Grupo	Control	79.17	73.08	0.000
Grupo	van Hiele	20.83	20.00	0.000
Nivel	Análisis	0.00	0.00	0.000
Nivel	Clasificación	0.00	0.00	0.000

En todos los casos, los p-valores fueron menores a 0.01, confirmando que al 1% de significancia se puede establecer una distinción entre estudiantes de nivel 1 y 2 y el grupo van Hiele y estudiantes de nivel 0 asociados al grupo control.

Tabla IX  
Descripción de los estudiantes del conglomerado dos

Variable	Categorías	Cat/Cong	Cong/Cat	P-valor
Nivel	Clasificación	51.85	100.00	0.000
Nivel	Análisis	48.15	100.00	0.000
Grupo	van Hiele	74.07	80.00	0.000
Grupo	Control	25.93	26.92	0.000
Nivel	Reconocimiento	0.00	0.00	0.000

En la Fig. 3 se resume el comportamiento de las variables de estudio dentro de los estudiantes.

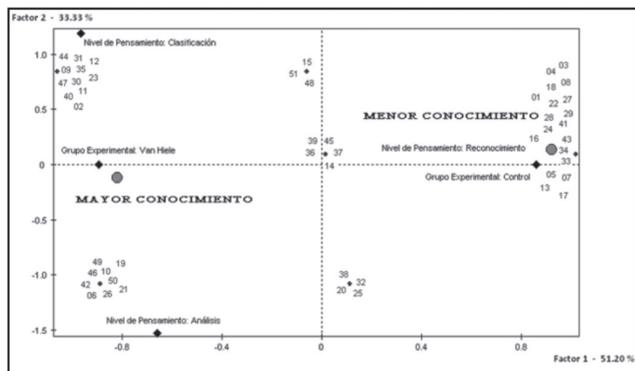


Fig. 3. Gráfico bidimensional de los dos primeros ejes factoriales

Finalmente con el objeto de cuantificar el efecto de recibir la instrucción de series temporales con el modelo van Hiele sobre el nivel de pensamiento alcanzado se realizó una regresión logística multinomial (Peña, 2002) cuya variable explicativa es el tratamiento (con el grupo van Hiele como categoría de referencia) y la variable respuesta es el nivel de pensamiento alcanzado (con el nivel 0 de reconocimiento como categoría de referencia).

El test de razón de verosimilitud del modelo reducido (Peña, 2002), tuvo un valor ji-cuadrado de prueba de 15521 ( $p$ -valor = 0.00) determinando que al menos uno de los dos logaritmos de las razones nivel1/nivel0 ó nivel2/nivel0 es mayor en el grupo van Hiele que en el grupo control. Observando las estimaciones de los parámetros en la Tabla X y específicamente las tasas de disparidad (odds ratio) se concluye que en promedio, la razón entre estudiantes de nivel 1 y 0 fue 8.5 veces mayor en el grupo van Hiele que en el grupo control. Así mismo, la razón entre estudiantes de nivel 2 y 0 fue 14 veces mayor en el grupo van Hiele que en el grupo control. Ambas tasas de disparidad son mayores que 1 al 95% de confiabilidad concluyéndose que sí existe un efecto significativo sobre el nivel de pensamiento alcanzado cuando se recibe la instrucción bajo las directrices del modelo van Hiele.

Tabla X  
Tasas de disparidad (odds) entre estudiantes de nivel 1 y 2 sobre estudiantes de nivel 0 según el grupo experimental.

Nivel de Pensamiento		Estimación	E.Est	p-valor	Odds
Análisis	Constante	-1.558	0.550	0.005	
	GRUPO=van Hiele	2.146	0.783	0.006	8.55
Clasificación	Constante	-1.846	0.621	0.003	
	GRUPO=Van Hiele	2.634	0.823	0.001	13.93

Los resultados de este estudio de caso concuerdan también con los de Chang, Sung y Lin (Chang, et al., 2007), Clements (Clements, 1995), Erdogan y Dormus (Erdogan y Dormus, 2009) y Satlow y Newcomb (Satlow y Newcomb, 1998); quienes, aunque en temas diferentes a las series de tiempo, encontraron diferencias estadísticamente significativas en los niveles de pensamiento alcanzados entre los grupos control y los grupos instruidos con las directrices del modelo van Hiele de sus investigaciones.

### III. CONCLUSIONES

Se muestra el resultado de un trabajo de investigación como aporte a la enseñanza de la estadística en el que se desarrollaron los descriptores de los niveles de pensamiento del modelo van Hiele para el aprendizaje de las series de tiempo, así como el material didáctico donde se proponen 46 actividades ligadas a las fases del aprendizaje del modelo. Se determinó además la fiabilidad del test para evaluar el nivel de pensamiento de los estudiantes en situación de aprendizaje de las series de tiempo.

El resultado más importante fue el hallazgo de diferencias significativas en los niveles de pensamiento entre el grupo control y el grupo instruido bajo las directrices del modelo de van Hiele.

### REFERENCIAS

- Chang, K., Sung, Y. & Lin, S. "Developing Geometry Thinking through Multimedia Learning Activities." Computers in Human Behavior, no. 23, pp. 2212–2229, 2007.
- Clements, D. "Design of a Logo Environment for Elementary Geometry." Journal of Mathematical Behavior, no. 14, pp. 381–398, 1995.
- Elousa, P. & Zumbo, B. Coeficientes de Fiabilidad para Escalas de Respuesta Categórica Ordenada. Psicothema 2008. Vol. 20, n° 4, pp. 896–901
- Erdogan, T. & Durmus, S. "The Effect of the Instruction based on Van Hiele Model on the Geometrical Thinking Levels of Preservice Elementary School Teachers." Procedia Social and Behavioral Sciences, no. 1, pp. 154–159, 2009.
- Fouz, F. (Sf.) Modelo de Van Hiele para la Didáctica de la Geometría. Disponible en: <http://www.scribd.com/doc/22251014/van-hiele>.
- Jaime, A. & Gutiérrez, A. "Una Propuesta de Fundamentación para la Enseñanza de la Geometría: El Modelo de Van Hiele," en Teoría y práctica en educación matemática. (fragmentos) S. Llinares, M.V. Sánchez Eds. Sevilla: Alfar, 1990, pp. 295–384.
- Peña, D. Análisis de Datos Multivariantes. Madrid, McGraw Hill, 2002.
- Satlow, E. & Newcombe, N. "When is a Triangle not a Triangle? Young

*Children's Developing Concepts of Geometry Shapes,*” Cognitive Development, no. 13, pp. 547-559, 1998.



**Héctor Chica Ramírez** nació en Manizales, Caldas, Colombia, el 26 de noviembre de 1974. Se graduó como ingeniero Agrónomo en la Universidad de Caldas en Manizales en 2000 y como Magister en Enseñanza de la Matemática en 2010.

Ha ejercido profesionalmente en la Universidad de Caldas y en el Centro Nacional de Investigación de Café, CENICAFÉ. Ejerce actualmente como Biometrista en el Centro de Investigación de la Caña de Azúcar de

Colombia. CENICAÑA.

El Ingeniero Chica es miembro de la Asociación de Técnicos de la Caña de Azúcar de Colombia, TECNICAÑA.



**Oscar Fernández** nació en Popayán, Cauca, Colombia, el 3 de abril de 1964. Se graduó como Licenciado en Educación en la Especialidad Matemáticas en la Universidad del Cauca en Popayán, 1988. Como Magister en Ciencias Matemáticas en la Universidad de Valle, Cali, 1994. Es candidato a Doctor en Ciencias de la Educación de RUDECOLOMBIA, Pereira, 2012.

Ha ejercido profesionalmente en la Universidad del Valle, Pontificia Universidad Javeriana-sede Cali, Universidad Autónoma de Occidente, Universidad ICESI. Ejerce actualmente como profesor asociado de planta del Departamento de Matemáticas en la Universidad Tecnológica de Pereira. Algunas de sus publicaciones son Fernández, O., Mesa, F. y Valencia, A. *Introducción al Álgebra Lineal*, Bogotá, D.C., Ediciones ECOE, 2012. Fernández, O. De la Pava, E. y Salguero, B. “Modelación Matemática con estructura de edad del riesgo de infección tuberculosa en la ciudad de Cali,” *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*, Corporación Escuela Regional de Matemáticas, vol. XVI, no. 2, pp. 37-56, dic. 2008. Fernández, O. “Pensamiento matemático de los Mayas. Una creación metafórica,” *Entre Ciencia e Ingeniería*, vol. 4, no. 8, pp. 174-188, dic. 2010. Entre sus campos de interés están la Teoría de Números, Etnomatemática y Didáctica de la Matemática.

El profesor Fernández es miembro por Colombia del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Lidera el Grupo de Investigación en Pensamiento Matemático y Comunicación-GIPEMAC. Ejerció como director de la Maestría en Enseñanza de la Matemática de la Universidad Tecnológica de Pereira, 2006-2012.



**Lorenzo J. Martínez H.** nació en Cereté, Córdoba, Colombia, el 11 de septiembre de 1969. Se graduó como Licenciado en Matemáticas y Física en la Universidad de Córdoba en Montería, 1995. Como Especialista en Estadística en la Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá, 2000. Como Especialista en Docencia Universitaria en La Universidad de Caldas, 2007. Como Magister en Enseñanza de la Matemática en la Universidad Tecnológica de Pereira, 2009. Como Magister en Ciencias Matemática-

Aplicada, en la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales, 2012. Ha ejercido profesionalmente en la Universidad de Córdoba, Montería, Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá. Ejerce actualmente como profesor asociado de planta del Departamento de Matemáticas en la Universidad de Caldas, Manizales. Algunas de sus publicaciones son: Martínez, L. y Salas, A. “Convergence of Quotients of Consecutive Terms of a Generalized Secondary Fibonacci Sequence”; *International Mathematical Forum*, Vol. 6, 2011, no. 40, 1955 - 1964. Fernández, O., Martínez, L. y Salas, H. “Suma  $n$ -ésima de los

coeficientes polinomiales en una función generatriz”, *Scientia et Technica* Año XVI, No 44, 211 - 213. Abril de 2010. Universidad Tecnológica de Pereira. ISSN 0122-1701.

El profesor Martínez pertenece al Grupo de Investigación en Pensamiento Matemático y Comunicación-GIPEMAC de la Universidad Tecnológica de Pereira, y al Grupo de Investigación Matemática y Estadística de la Universidad de Caldas.