

Cinemática de velocidad y aceleración del robot serial Mitsubishi Movemaster RV-M1¹

Velocity and acceleration kinematics of the Mitsubishi Movemaster RV-M1 serial robot

Cinemática de velocidade e aceleração do robô serial Mitsubishi Movemaster RV-M1.

L.D. Martínez Mercado, L. Martínez Bolívar, y J. Roldán Mckinley

Recibido Febrero 25 de 2017 - Aceptado mayo 31 de 2017

Resumen—Se presenta la formulación explícita de la cinemática de velocidad y aceleración para el robot Movemaster RV-M1, a partir de su matriz de transformación de posición de la herramienta. Las ecuaciones permitieron la creación de una interfaz gráfica de usuario en Matlab para las simulaciones de trayectoria y cálculo de las velocidades y aceleraciones, tanto de la herramienta como de las juntas del robot. Una tarea cinemática asociada a un cordón lineal de soldadura vertical fue simulada en la interfaz, y posteriormente implementada en el robot usando los comandos y hardware originales del fabricante. En el experimento se utilizó un DAQ construido para medir las velocidades angulares de los elementos en el marco fijo. A partir de estas lecturas se validaron satisfactoriamente los resultados de la formulación matemática propuesta, no reportada previamente.

Palabras clave— Robótica, cinemática de velocidad, cinemática de aceleración, DAQ velocidad, Mitsubishi RV-M1.

Abstract—The explicit formulation of the velocity and acceleration kinematics for the Movemaster RV-M1 robot is presented. The formulae are obtained from the tool position transformation matrix. The derived formulation allowed creating a Matlab graphical user interface for simulation of kinematic tasks and calculation of velocity and acceleration, for both tool and robot joints. A vertical linear weld type kinematic

task was simulated and later carried out in the actual robot using programming commands and hardware provided by the manufacturer. An angular velocity DAQ was built to measure the velocities of the joints in the fixed coordinate system, and used in the experimental stage. From the results, a satisfactory validation of the mathematical formulae was made. The derived formulation for this robot was available had not been presented before.

Keywords— Robotics, velocity kinematics, acceleration kinematics, velocity DAQ, Mitsubishi RV-M1.

Resumo— É apresentada a formulação explícita da cinemática de velocidade e aceleração para o robô Movemaster RV-M1, a partir de sua matriz de transformação de posição da ferramenta. As equações permitiram a criação de uma interface gráfica de usuário em Matlab para as simulações de trajetória e cálculo das velocidades e acelerações, tanto da ferramenta como das juntas do robô. Uma tarefa cinemática associada a um cordão linear de solda vertical foi simulada na interface, e posteriormente implementada no robô usando os comandos e hardware originais do fabricante. Na experiência, foi utilizado um DAQ construído para medir as velocidades angulares dos elementos num sistema de referência fixo. A partir dessas leituras foram validados de forma satisfatória os resultados da formulação matemática proposta, não relatada anteriormente. **Palavras chave**— Robótica, Cinemática de velocidade, cinemática de aceleração, DAQ de velocidade, Mitsubishi RV-M1.

Palavras chave— Robótica, Cinemática de velocidade, cinemática de aceleração, DAQ de velocidade, Mitsubishi RV-M1.

I. INTRODUCCIÓN

La implementación de robots en la industria se remonta a principios de la década de los 60, gracias a J. Engelberger con la creación de los robots tipo Unimate [1] de la compañía

¹Producto derivado del proyecto de investigación “Cinemática de velocidad y aceleración del robot serial Mitsubishi Movemaster RV-M1”. Presentado por el Grupo de Investigación DIMER, de la Universidad del Atlántico, Barranquilla (Colombia).

L. D. Martínez Mercado, Ingeniero Mecánico de la Universidad del Atlántico; email: ldmartinez0831@gmail.com.

L. Martínez Bolívar, Ingeniero Mecánico de la Universidad del Atlántico; email: ing.lesme@hotmail.com.

J. Roldán Mckinley, PhD, Ingeniero Mecánico de la Universidad del Atlántico, docente del Programa de Ingeniería Mecánico de la Universidad del Atlántico; email: javierroldan@mail.uniatlantico.edu.co.

Unimation Inc., los cuales fueron utilizados en la industria automotriz para el manejo de las máquinas de fundición a presión [2]. Posteriormente, Unimation introduce a finales de los 70 la serie de robots llamados PUMA (Programmable Universal Machine for Assembly), usados en aplicaciones de montaje y armado de piezas. Manipuladores seriales tipo SCARA [3], los modelos KUKA y Mitsubishi Movemaster han sido usados en las últimas décadas en tareas repetitivas o en ambientes de alto riesgo como la soldadura, pintura y el manejo de material radiactivo [4]. Entre estos destacan productores como ABB, KUKA y FANUC [5].

El modelo RV-M1 de Mitsubishi, debido a su versatilidad ha sido implementado en diversos sectores industriales [6] y educativos [7, 8, 9] donde se destaca como material didáctico, elemento de prueba en las investigaciones [5, 7, 10] o como modelo para inspirar la creación de otros robots educativos [11]. Con el fin de mejorar su funcionamiento, se desarrolla la formulación matemática completa de su cinemática de velocidad y aceleración [1]. La cinemática de velocidad y la cinemática de aceleración, al igual que la de posición, puede ser directa o inversa [1, 2, 4, 12], y en ambos casos las variables, es decir las velocidades y aceleraciones de herramienta y juntas, se relacionan a través de la matriz Jacobiano, cuyos elementos son los coeficientes que resultan de derivar una función multivariable [13-16]. Para el caso de la cinemática directa de velocidad y aceleración se debe expresar el estado de velocidad y aceleración del efector final o herramienta en función de las velocidades y aceleraciones angulares de las juntas actuadas, mientras que en la cinemática inversa se expresan las velocidades y aceleraciones de las juntas actuadas en función del estado de velocidad y aceleración del efector final [14].

Se desarrolla el modelo cinemático tanto de velocidad como de aceleración, directo e inverso, del robot Mitsubishi Movemaster RV-M1. La nomenclatura de los elementos del robot sigue la notación unificada en [12], y la cinemática directa de posición sigue la notación matricial propuesta por los mismos autores. En cuanto a la cinemática inversa, se adoptará el método propuesto en [10]. Se debe tener en cuenta en la cinemática de posición las limitaciones físicas del robot, escogiendo de las dos posibles soluciones matemáticas la opción que cumpla con el rango operativo del robot [7,17]. Se procede a encontrar analíticamente la matriz Jacobiano para relacionar velocidades de juntas y herramientas. Puesto que el robot Movemaster RV-M1 es un robot inferior [1, 2], esta matriz no será cuadrada y se deberá convertir en tal utilizando la matriz traspuesta del Jacobiano; esto permitirá desarrollar la cinemática inversa de velocidad. El paso siguiente a desarrollar será la cinemática de aceleración, para lo cual se toma la derivada de la ecuación de velocidad del robot.

Los resultados del modelo propuesto fueron verificados con el comportamiento real del manipulador en una tarea cinemática. La medición de las velocidades angulares de cada articulación del manipulador, se realizó por medio de un sistema de adquisición de datos, construido específicamente para medir velocidad angular [18], mientras los cálculos teóricos se realizaron programando en el software Matlab

las ecuaciones determinadas analíticamente [19, 20]. El análisis propuesto permitirá expandir las aplicaciones del robot Movemaster RV-M1 en la industria y la academia, puesto que se podrá relacionar posteriormente con el análisis cinemático de posición del robot [10] y con su análisis dinámico [21] para la implementación de leyes de control especializadas.

II. DESCRIPCIÓN DEL ROBOT RV-M1

El robot Movemaster RV-M1 es un robot serial tipo vertical, Fig. 1a, de 5 grados de libertad resultantes de igual número de articulaciones tipo junta de revoluta (J1 a J5 en la Fig. 1b) accionadas por motores DC. La capacidad máxima de carga de 1.2 kgf y la velocidad máxima en el extremo de la muñeca (cuarto eslabón) de 1000 mm/seg [17].

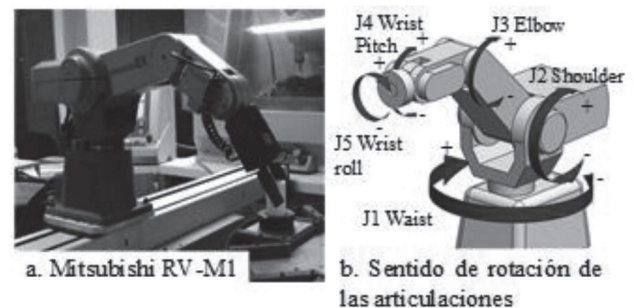


Fig. 1. Robot Mitsubishi RV-M1, sentido de giro de las articulaciones.

Los parámetros cinemáticos del robot RV-M1 permiten una manera sistemática de relacionar la posición, orientación, velocidad y aceleración de la herramienta con las juntas. Estos se definen de acuerdo a la notación planteada en [12]. Se definen seis parámetros: dos vectores, dos distancias y dos ángulos derechos, Fig. 2, y son explicados a continuación.

Vector de articulación S_i : vector unitario que define el sentido de rotación de una junta de revoluta, se ubica en el eje de rotación de la articulación. El robot Mitsubishi RV-M1 tiene 5 juntas revoluta y 5 vectores de articulación son de este tipo.

Vector del elemento a_{ij} : vector unitario perpendicular a los vectores de articulación S_i y S_j con sentido i-j. Define la dirección del eslabón o elemento.

Distancia de articulación S_i : distancia entre vectores de elemento a_{hi} y a_{ij} , medida a lo largo del vector S_i .

Distancia del elemento a_{ij} : distancia a lo largo del vector del elemento a_{ij} , medida entre los vectores de articulación S_i y S_j .

Ángulo de junta θ_i : ángulo entre los vectores de elemento a_{hi} y a_{ij} medido mediante la regla de la mano derecha usando como base al vector de articulación S_i .

Ángulo del elemento α_{ij} : ángulo entre los vectores de articulación S_i y S_j medido mediante la regla de la mano derecha usando como base al vector de elemento a_{ij} .

La Tabla I presenta los valores de los parámetros del robot, incluyendo los de valor cero y aquellos variables, de acuerdo con la posición de la herramienta. De la Fig. 2d, cada articulación en el robot tiene un sistema coordinado asociado, de modo que los vectores de articulación y

elemento coincidirán con los ejes z_i y x_i , respectivamente, en cada sistema coordinado. El eje y_i se determina mediante la regla de la mano derecha ($S_i \times a_{ij}$). Un sistema de referencia extra es definido, el marco fijo, denotado como x_F - y_F - z_F en la Fig. 2d.

Se establece la matriz de transformación (${}^i_j T$) [6], entre dos elementos consecutivos i y j , mediante (1), donde $c_j = \cos(\theta_j)$, $s_j = \sin(\theta_j)$, $c_{ij} = \cos(\alpha_{ij})$ y $s_{ij} = \sin(\alpha_{ij})$. La matriz en (1) encierra la información de la traslación en las posiciones (1,4), (2,4) y (3,4); y de la orientación en los elementos (1,1) a (3,3). La cuarta fila es de aumento, para convertir la matriz en cuadrada y facilitar los cálculos. A la matriz de transformación que relaciona el sistema coordinado final con respecto al fijo; pasando por todas las articulaciones, se le conoce como matriz de transformación total [12]. Esta resulta de multiplicar las matrices de transformación que relacionan cada elemento con el anterior,

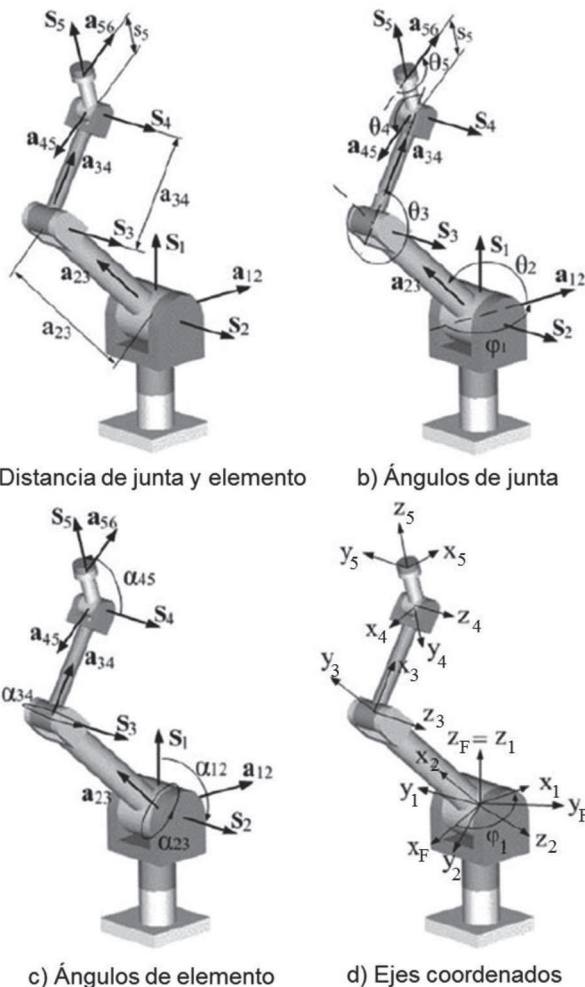


Fig. 2. Parámetros cinemáticos del RV-M1.

como se muestra en (2). La programación de la cinemática de posición se basó en el trabajo presentado en [10].

TABLA I
VALORES DE LOS PARÁMETROS CINEMÁTICOS DEL MOVEMASTER RV-M1

Distancia de la articulación (mm)	Distancia del elemento (mm)	Ángulo de elemento (°)	Ángulo de articulación (°)
--	$a_{12} = 0$	$\alpha_{12} = 90$	$\theta_1 = a$
$S_2 = 0$	$a_{23} = 250$	$\alpha_{23} = 0$	$\theta_2 = a$
$S_3 = 0$	$a_{34} = 160$	$\alpha_{34} = 0$	$\theta_3 = a$
$S_4 = 0$	$a_{45} = 0$	$\alpha_{45} = 90$	$\theta_4 = a$
$S_5 = 0$	$a_{56} = 0$	--	$\theta_5 = a$

$${}^i_j T = \begin{bmatrix} c_j & -s_j & 0 & a_{ij} \\ s_j c_{ij} & c_j c_{ij} & -s_{ij} & -s_{ij} S_j \\ s_j s_{ij} & c_j s_{ij} & c_{ij} & c_{ij} S_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$${}^F_T T = {}^F_1 T {}^1_2 T {}^2_3 T {}^3_4 T {}^4_5 T {}^5_T T \quad (2)$$

Conceptualmente, es posible ubicar el origen del marco fijo en cualquier punto sobre el eje Z_F en la Fig. 4d, luego, cuando la primera articulación se acciona el cambio entre el primer sistema coordinado y el marco fijo no es más que la rotación de φ grados alrededor del eje Z . La distancia S_1 (distancia entre orígenes) se mantendrá constante. Al aplicar (1) se toma en consideración que el ángulo de elemento $\alpha_{F1} = 0^\circ$. Por lo tanto,

$${}^F_1 T = \begin{bmatrix} c_\varphi & -s_\varphi & 0 & 0 \\ s_\varphi & c_\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Para la segunda matriz de transformación se tiene que el segundo sistema coordinado rota alrededor del eje X una amplitud fija, dando como resultado el ángulo de elemento $\alpha_{12} = 90^\circ$, además, al actuar la articulación número 2 se tendrá una rotación θ_2 alrededor del eje Z_2 .

$${}^1_2 T = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Debido a la estructura del manipulador los ejes Z de los sistemas coordinados 2, 3 y 4 permanecen paralelos sin importar la posición de este, por lo que los ángulos de elemento α_{23} , $\alpha_{34} = 0^\circ$, pero presentan desplazamiento del origen del sistema coordinado en la dirección de los vectores de elemento propios de cada sistema, obteniéndose las matrices (5) y (6).

$${}^2_3 T = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & a_{23} \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$${}^3_4 T = \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & a_{34} \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

El sistema coordinado 5 presenta una rotación fija en el ángulo de elemento $\alpha_{34} = 90^\circ$, y el actuar de la articulación brinda una rotación alrededor del eje Z_5 una amplitud θ_5 , por lo tanto, la matriz (7) tendrá la misma forma de (4):

$${}^4_5T = \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & S_5 \\ s_5 & c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Finalmente se relaciona el extremo de la herramienta con el origen del sistema coordinado 5 mediante un desplazamiento correspondiente a la longitud de la herramienta en la dirección del vector de articulación 5.

$${}^5_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & P_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Se reemplazan (3) a (8) en (2) para obtener la matriz de transformación de la herramienta del Mitsubishi RV-M1 en el marco fijo [10]:

$${}^F_T = \begin{bmatrix} c_\varphi c_{2+3+4} c_5 + s_\varphi s_5 & -c_\varphi c_{2+3+4} s_5 + s_\varphi c_5 & c_\varphi s_{2+3+4} & \delta_1 \\ s_\varphi c_{2+3+4} c_5 - c_\varphi s_5 & -s_\varphi c_{2+3+4} s_5 - c_\varphi c_5 & s_\varphi s_{2+3+4} & \delta_2 \\ s_{2+3+4} c_5 & -s_{2+3+4} s_5 & -c_{2+3+4} & \delta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

donde $c_{2+3+4} = \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$, $s_{2+3+4} = \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$,

$$\delta_1 = c_\varphi s_{2+3+4} P_Z + c_\varphi s_{2+3+4} S_5 + c_\varphi c_{2+3} a_{34} + c_\varphi c_2 a_{23}, \quad (10)$$

$$\delta_2 = -s_\varphi s_{2+3+4} P_Z + s_\varphi s_{2+3+4} S_5 + s_\varphi c_{2+3} a_{34} + s_\varphi c_2 a_{23}, \quad (11)$$

$$\delta_3 = -c_{2+3+4} P_Z - c_{2+3+4} S_5 + s_{2+3} a_{34} + s_2 a_{23} + S_1. \quad (12)$$

Si se conocen los ángulos de posición de los eslabones ($\varphi_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$) es posible hallar el lado derecho de (9) para establecer la posición y la orientación de la herramienta del robot en el marco fijo, esta es la cinemática directa. Por el contrario, si se tienen la posición y orientación de la herramienta en el marco fijo, los ángulos de posición de los eslabones se extraen de los términos de la matriz del lado derecho de (9). El artículo de la referencia [10] detalla tales procedimientos, los cuales fueron empleados en la programación de la cinemática de posición.

III. CINEMÁTICA DE VELOCIDAD DEL ROBOT RV-M1

La cinemática de velocidad relaciona las velocidades de las juntas o articulaciones con la velocidad en la herramienta, Fig. 3a. El robot Mitsubishi es un manipulador serial de 5 juntas de revoluta, por lo cual tanto la velocidad lineal como la velocidad angular de la herramienta del robot, con respecto al sistema coordinado global resulta de la composición de las velocidades angulares de los eslabones de la cadena cinemática [1].

A. Cinemática directa de velocidad

En la cinemática directa de velocidad se conocen las velocidades angulares de cada articulación y se pretende determinar la velocidad lineal y orientación que la

herramienta adquiere debido a estas. La ecuación que rige la cinemática directa de velocidad está dada por

$$\dot{\vec{X}} = J \dot{\vec{q}}, \quad (13)$$

donde es el vector estado de velocidad del efector final, dado por

$$\dot{\vec{X}} = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z} \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T, \quad (14)$$

cuyos tres primeros elementos representan la velocidad lineal de la herramienta a lo largo de los ejes Cartesianos (\dot{x} : velocidad lineal a lo largo del eje x, \dot{y} : velocidad lineal de la herramienta a lo largo del eje y, \dot{z} : velocidad lineal de la herramienta a lo largo del eje z), y los tres últimos elementos del vector en (14) representan las velocidades angulares alrededor de los ejes globales X, Y, y Z, denotadas por ω_x , ω_y y ω_z , respectivamente; es el vector de velocidad angular de juntas dado por

$$\dot{\vec{q}} = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3 \quad \omega_4 \quad \omega_5]^T, \quad (15)$$

con $\omega_1 = \dot{\varphi}_1$; $\omega_2 = \dot{\theta}_2$; $\omega_3 = \dot{\theta}_3$; $\omega_4 = \dot{\theta}_4$; y $\omega_5 = \dot{\theta}_5$ representando las velocidades angulares de las juntas o razones de cambio de los ángulos; y J es la matriz Jacobiano del robot que permite la transformación del vector de juntas actuadas al estado de velocidad de la herramienta.

A partir de (13) se infiere el problema de la cinemática directa del robot: Conocidos: cinemática de posición (ángulos de junta y posición y orientación de la herramienta) y el vector de velocidad angular de juntas $\dot{\vec{q}}$, halle el estado de velocidad de la herramienta $\dot{\vec{X}}$. La misma ecuación (13) es la solución a este problema, siempre y cuando se conozca la matriz Jacobiano, J.

B. Cinemática inversa de velocidad

El problema de la cinemática inversa de velocidad del robot se establece a continuación. Conocidos: cinemática de posición (ángulos de junta y posición y orientación de la herramienta) y el vector estado de velocidad de la herramienta $\dot{\vec{X}}$, halle el vector de velocidad angular de las juntas $\dot{\vec{q}}$.

Ahora se desea conocer el vector de velocidades angulares $\dot{\vec{q}}$, a partir del conocimiento del estado de velocidad de la herramienta, es decir, $\dot{\vec{X}}$. La solución a este problema se presenta a continuación. A partir de (14) se nota que el vector de velocidad del efector final es de tamaño 6x1, y de (15) es aparente que el tamaño del vector de velocidad de juntas es tamaño 5x1, por lo cual la matriz Jacobiano del Mitsubishi RV-M1 es no cuadrada, lo cual impide el despeje directo de $\dot{\vec{q}}$

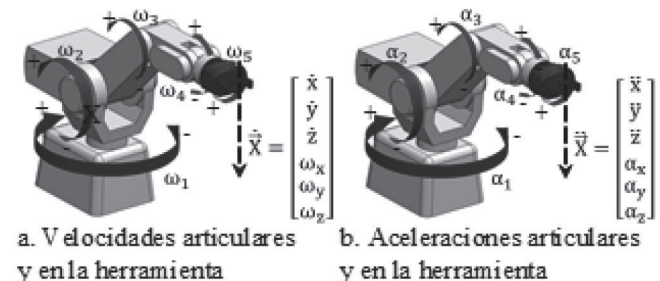


Fig. 3. Velocidades y aceleraciones articulares y en la herramienta del robot RV-M1.

a partir de (13) mediante la premultiplicación a ambos lados por la matriz inversa del Jacobiano, es decir J^{-1} . Para resolver este inconveniente se utiliza el método de la traspuesta del Jacobiano [2, 14].

El método de la traspuesta del Jacobiano consiste en premultiplicar (13) a ambos lados por la matriz traspuesta de la matriz Jacobiano, previa verificación del rango de la matriz. Esta premultiplicación construye la matriz cuadrada $J^T J$ en el lado derecho, lo que permite premultiplicar posteriormente a ambos lados por su inversa, $[J^T J]^{-1}$, y generar la matriz identidad tamaño 5×5 que premultiplica a $\dot{\vec{q}}$, por lo que su expresión queda dada por (16). La ecuación (16) soluciona el problema, pero nuevamente, es necesario el conocimiento de la matriz Jacobiano, J , cuya obtención se presenta a continuación.

$$\dot{\vec{q}} = [J^T J]^{-1} J^T \dot{\vec{X}} \quad (16)$$

C. Matriz Jacobiano

La matriz Jacobiano contiene las derivadas parciales ordinarias de una función escalar, y permite relacionar las diferentes componentes del estado de velocidad y aceleración del efector final con las articulaciones de un manipulador [13]. Para determinar la matriz Jacobiano del Mitsubishi RV-M1 se utilizará la matriz de transformación presentada en [10], reescrita en (17), donde los elementos en el lado derecho ya fueron presentados previamente en (9), (10), (11) y (12), y las compontes r_{ij} en el lado izquierdo corresponden a la rotación del sistema coordenado de la herramienta respecto al fijo, pasando por cada uno de los sistemas coordenados correspondientes a cada articulación; y las componentes P_i representan la posición del efector final respecto al marco fijo.

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} c_\varphi c_{2+3+4} c_5 + s_\varphi s_5 & -c_\varphi c_{2+3+4} s_5 + s_\varphi c_5 & c_\varphi s_{2+3+4} & \delta_1 \\ s_\varphi c_{2+3+4} c_5 - c_\varphi s_5 & -s_\varphi c_{2+3+4} s_5 - c_\varphi c_5 & s_\varphi s_{2+3+4} & \delta_2 \\ s_{2+3+4} c_5 & -s_{2+3+4} s_5 & -c_{2+3+4} & \delta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La primera fila de la matriz Jacobiano resulta de derivar (10) respecto a cada una de las articulaciones para obtener

$$J_1 = \frac{\partial \delta_1}{\partial \varphi} \dot{\varphi} + \frac{\partial \delta_1}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_2 + \frac{\partial \delta_1}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_3 + \frac{\partial \delta_1}{\partial \theta_4} \dot{\theta}_4 + \frac{\partial \delta_1}{\partial \theta_5} \dot{\theta}_5, \quad (18)$$

donde

$$\frac{\partial \delta_1}{\partial \varphi} = -s_\varphi s_{2+3+4} (p_z + S_5) \dot{\varphi} - s_\varphi c_{2+3+4} a_{34} \dot{\varphi} - s_\varphi c_{2+3+4} a_{23} \dot{\varphi}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial \delta_1}{\partial \theta_2} = c_\varphi c_{2+3+4} (p_z + S_5) \dot{\theta}_2 - c_\varphi s_{2+3+4} a_{34} \dot{\theta}_2 - c_\varphi s_{2+3+4} a_{23} \dot{\theta}_2, \quad (20)$$

$$\frac{\partial \delta_1}{\partial \theta_3} = c_\varphi c_{2+3+4} (p_z + S_5) \dot{\theta}_3 - c_\varphi s_{2+3+4} a_{34} \dot{\theta}_3, \quad (21)$$

$$\frac{\partial \delta_1}{\partial \theta_4} = c_\varphi c_{2+3+4} (p_z + S_5) \dot{\theta}_4, \quad (22)$$

$$\frac{\partial \delta_1}{\partial \theta_5} = 0 \dot{\theta}_5. \quad (23)$$

Las ecuaciones (19) a (23) corresponden a las componentes J_{11} , J_{12} , J_{13} , J_{14} y J_{15} de la matriz $J_{6 \times 5}$, respectivamente. De igual forma, se derivan (11) y (12) para determinar las filas 2 y 3 de la matriz Jacobiano.

$$J_2 = \frac{\partial \delta_2}{\partial \varphi} \dot{\varphi} + \frac{\partial \delta_2}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_2 + \frac{\partial \delta_2}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_3 + \frac{\partial \delta_2}{\partial \theta_4} \dot{\theta}_4 + \frac{\partial \delta_2}{\partial \theta_5} \dot{\theta}_5, \quad (24)$$

donde

$$J_{2,1} = c_\varphi [s_{2+3+4} (P_z + S_5) + c_{2+3} a_{34} + c_{2+3} a_{23}], \quad (25)$$

$$J_{2,2} = s_\varphi [c_{2+3+4} (P_z + S_5) - s_{2+3} a_{34} - s_{2+3} a_{23}], \quad (26)$$

$$J_{2,3} = s_\varphi [c_{2+3+4} (P_z + S_5) - s_{2+3} a_{34}], \quad (27)$$

$$J_{2,4} = s_\varphi c_{2+3+4} (P_z + S_5), \quad (28)$$

$$J_{2,5} = 0. \quad (29)$$

$$J_3 = \frac{\partial \delta_3}{\partial \varphi} \dot{\varphi} + \frac{\partial \delta_3}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_2 + \frac{\partial \delta_3}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_3 + \frac{\partial \delta_3}{\partial \theta_4} \dot{\theta}_4 + \frac{\partial \delta_3}{\partial \theta_5} \dot{\theta}_5, \quad (30)$$

donde

$$J_{3,1} = J_{3,5} = 0, \quad (31)$$

$$J_{3,2} = s_{2+3+4} (P_z + S_5) + c_{2+3} a_{34} + c_{2+3} a_{23}, \quad (32)$$

$$J_{3,3} = s_{2+3+4} (P_z + S_5) + c_{2+3} a_{34}, \quad (33)$$

$$J_{3,4} = s_{2+3+4} (P_z + S_5) \quad (34)$$

Las últimas tres filas (inferiores) de la matriz Jacobiano se obtienen de igualar la matriz antisimétrica, $\tilde{\omega}$, del vector de velocidad angular $[\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$, con el producto matricial entre la derivada de primer orden de la matriz de rotación, ${}^F_T \dot{R}$, y su traspuesta, ${}^F_T R^T$, de acuerdo con [2]:

$$\tilde{\omega} = {}^F_T \dot{R} \times {}^F_T R^T, \quad (35)$$

la matriz antisimétrica tiene la estructura

$$\tilde{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (36)$$

La matriz de rotación se extraerá de (9):

$${}^F_T R = \begin{bmatrix} c_\varphi c_{2+3+4} c_5 + s_\varphi s_5 & -c_\varphi c_{2+3+4} s_5 + s_\varphi c_5 & c_\varphi s_{2+3+4} \\ s_\varphi c_{2+3+4} c_5 - c_\varphi s_5 & -s_\varphi c_{2+3+4} s_5 - c_\varphi c_5 & s_\varphi s_{2+3+4} \\ s_{2+3+4} c_5 & -s_{2+3+4} s_5 & -c_{2+3+4} \end{bmatrix}, \quad (37)$$

En cuanto a la derivada de la matriz de rotación, se deriva cada término de la matriz con respecto a cada una de las variables articulares q_i :

$$d {}^F_T R_{m,n} = \sum_{i=1}^5 \frac{\partial {}^F_T R_{m,n}}{\partial q_i}, \quad (38)$$

obteniéndose la expresión:

$$\text{donde } {}^F_T \dot{R} = \begin{bmatrix} \dot{R}_{11} & \dot{R}_{12} & \dot{R}_{13} \\ \dot{R}_{21} & \dot{R}_{22} & \dot{R}_{23} \\ \dot{R}_{31} & \dot{R}_{32} & \dot{R}_{33} \end{bmatrix}, \quad (39)$$

$$\dot{R}_{11} = -s_\phi c_\epsilon c_5 \dot{\phi} + c_\phi s_5 \dot{\phi} - c_\phi s_\epsilon c_5 (\omega_{234}) - c_\phi c_\epsilon s_5 \dot{\theta}_5 + s_\phi c_5 \dot{\theta}_5, \quad (40)$$

con $\omega_{234} = \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4$, $c_\epsilon = c_{2+3+4}$ y $s_\epsilon = s_{2+3+4}$.

$$\dot{R}_{12} = s_\phi c_\epsilon s_5 \dot{\phi} + c_\phi c_5 \dot{\phi} + c_\phi s_\epsilon s_5 (\omega_{234}) - c_\phi c_\epsilon c_5 \dot{\theta}_5 - s_\phi s_5 \dot{\theta}_5, \quad (41)$$

$$\dot{R}_{13} = -s_\phi s_{2+3+4} \dot{\phi} + c_\phi c_{2+3+4} (\omega_{234}), \quad (42)$$

$$\dot{R}_{21} = c_\phi c_\epsilon c_5 \dot{\phi} + s_\phi s_5 \dot{\phi} - s_\phi s_\epsilon c_5 (\omega_{234}) - s_\phi c_\epsilon s_5 \dot{\theta}_5 - c_\phi c_5 \dot{\theta}_5, \quad (43)$$

$$\dot{R}_{22} = -c_\phi c_\epsilon s_5 \dot{\phi} + s_\phi c_5 \dot{\phi} + s_\phi s_\epsilon s_5 (\omega_{234}) - s_\phi c_\epsilon c_5 \dot{\theta}_5 + c_\phi s_5 \dot{\theta}_5, \quad (44)$$

$$R_{23} = c_\phi s_{2+3+4} \dot{\phi} + s_\phi c_{2+3+4} (\omega_{234}), \quad (45)$$

$$\dot{R}_{31} = c_5 c_{2+3+4} (\omega_{234}) - s_5 s_{2+3+4} \dot{\theta}_5, \quad (46)$$

$$\dot{R}_{32} = -s_5 c_{2+3+4} (\omega_{234}) - c_5 s_{2+3+4} \dot{\theta}_5, \quad (47)$$

$$\dot{R}_{33} = s_{2+3+4} (\omega_{234}). \quad (48)$$

Reemplazando la matriz traspuesta de (37) y la matriz (39) en (35) se obtiene, por ejemplo, para el término $\tilde{\omega}_{11}$:

$$\tilde{\omega}_{11} = -s_\phi c_\phi c_\epsilon^2 (s_5^2 + c_5^2) \dot{\phi} - s_\phi c_\phi s_\epsilon^2 \dot{\phi} + s_\phi c_\phi (s_5^2 + c_5^2) \dot{\phi} - c_\phi^2 s_\epsilon c_\epsilon (s_5^2 + c_5^2) (\omega_{234}) + c_\phi^2 s_\epsilon c_\epsilon (\omega_{234}), \quad (49)$$

para reducir y obtener lo que se define en (36), que

$$\tilde{\omega}_{11} = 0. \quad (50)$$

Un procedimiento similar se emplea para las componentes diagonales y se verifica que $\tilde{\omega}_{22} = \tilde{\omega}_{33} = 0$. Sin embargo, utilizando las componentes fuera de la diagonal principal, es posible obtener las velocidades angulares de la herramienta en el marco fijo, dadas por (51), (52) y (53), respectivamente.

$$\omega_x = s_\phi (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) + c_\phi s_{2+3+4} \dot{\theta}_5 \quad (51)$$

$$\omega_y = -c_\phi (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) + s_\phi s_{2+3+4} \dot{\theta}_5 \quad (52)$$

$$\omega_z = \dot{\phi} - c_{2+3+4} \dot{\theta}_5 \quad (53)$$

Al observar (14), se distingue que los últimos tres términos están definidos por ω_x , ω_y y ω_z , que son los mismos presentados en (51), (52) y (53), respectivamente, por lo que es posible reorganizar tales ecuaciones para distinguir los coeficientes de los términos $\dot{\phi}_1$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$, $\dot{\theta}_4$ y $\dot{\theta}_5$, y deducir de esta manera los términos J_{41} , J_{42} , J_{43} , J_{44} y J_{45} , a partir de (51); los términos J_{51} , J_{52} , J_{53} , J_{54} y J_{55} a partir de (52), y los términos J_{61} , J_{62} , J_{63} , J_{64} y J_{65} de la matriz Jacobiano a partir de (53). De esta manera se han obtenido todos los términos de la matriz Jacobiano del Mitsubishi RV-M1, la cual es presentada en (54). Las componentes J_{mn} cuyo valor sea cero expresan la no influencia de la articulación J_n en el valor de la componente m del estado de velocidad de la herramienta, \vec{X} .

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} & J_{45} \\ J_{51} & J_{52} & J_{53} & J_{54} & J_{55} \\ J_{61} & J_{62} & J_{63} & J_{64} & J_{65} \end{bmatrix}, \quad (54)$$

donde

$$j_{11} = -s_\phi [s_{2+3+4} (P_Z + S_5) + c_{2+3} a_{34} + c_2 a_{23}], \quad (55)$$

$$j_{12} = c_\phi [c_{2+3+4} (P_Z + S_5) - s_{2+3} a_{34} - s_2 a_{23}], \quad (56)$$

$$j_{13} = c_\phi [c_{2+3+4} (P_Z + S_5) - s_{2+3} a_{34}], \quad (57)$$

$$j_{14} = c_\phi c_{2+3+4} (P_Z + S_5), \quad (58)$$

$$j_{15} = j_{25} = j_{31} = j_{35} = j_{41} = j_{51} = j_{62} = j_{63} = j_{64} = 0, \quad (59)$$

$$j_{21} = c_\phi [s_{2+3+4} (P_Z + S_5) + c_{2+3} a_{34} + c_2 a_{23}], \quad (60)$$

$$j_{22} = s_\phi [c_{2+3+4} (P_Z + S_5) - s_{2+3} a_{34} - s_2 a_{23}], \quad (61)$$

$$j_{23} = s_\phi [c_{2+3+4} (P_Z + S_5) - s_{2+3} a_{34}], \quad (62)$$

$$j_{24} = s_\phi c_{2+3+4} (P_Z + S_5), \quad (63)$$

$$j_{32} = s_{2+3+4} (P_Z + S_5) + c_{2+3} a_{34} + c_2 a_{23}, \quad (64)$$

$$j_{33} = s_{2+3+4} (P_Z + S_5) + c_{2+3} a_{34}, \quad (65)$$

$$j_{34} = s_{2+3+4} (P_Z + S_5), \quad (66)$$

$$j_{42} = j_{43} = j_{44} = s_\phi, \quad (67)$$

$$j_{45} = c_\phi s_{2+3+4}, \quad (68)$$

$$j_{52} = j_{53} = j_{54} = -c_\phi, \quad (69)$$

$$j_{55} = s_\phi s_{2+3+4}, \quad (70)$$

$$j_{61} = 1, \quad (71)$$

$$j_{65} = -c_{2+3+4}. \quad (72)$$

IV. CINEMÁTICA DE ACELERACIÓN DEL ROBOT RV-M1

La cinemática de aceleración representa un importante aspecto en el control de fuerza de manipuladores a lo largo de una trayectoria, y permite determinar el estado

de aceleración de la herramienta (compuesto por tres aceleraciones lineales y tres aceleraciones angulares) con las aceleraciones angulares de las juntas actuadas. La Fig. 3b ilustra las aceleraciones angulares de las juntas y el estado de aceleración de la herramienta, $\ddot{\vec{X}}$. Similar a la cinemática de posición y velocidad, se consideran los problemas de cinemática de aceleración tanto directo como inverso.

A. Cinemática directa de aceleración

La cinemática directa de aceleración busca conocer el efecto que tiene en el movimiento de la herramienta la aceleración en cada una de las articulaciones para cada punto de una trayectoria. El problema se puede plantear como: conocidos los ángulos de posición de las juntas, la posición y la orientación de la herramienta, las velocidades de las juntas, estado de velocidad de la herramienta (velocidades a lo largo de los ejes X, Y y Z y aceleraciones angulares alrededor de los ejes X, Y y Z), halle el estado de aceleración de la herramienta.

La solución al problema es sencilla al derivar (13) con respecto al tiempo, para obtener:

$$\ddot{\vec{X}} = J \ddot{\vec{q}} + \dot{J} \dot{\vec{q}}, \quad (73)$$

donde : estado de aceleración del efector final dado por

$$\ddot{\vec{X}} = [\ddot{x} \quad \ddot{y} \quad \ddot{z} \quad \alpha_x \quad \alpha_y \quad \alpha_z]^T, \quad (74)$$

donde \ddot{x} : aceleración lineal de la herramienta a lo largo del eje X, \ddot{y} : aceleración lineal de la herramienta a lo largo del eje Y, \ddot{z} : aceleración lineal de la herramienta a lo largo del eje Z, α_x : aceleración angular de la herramienta alrededor del eje X, α_y : aceleración angular de la herramienta alrededor del eje Y, α_z : aceleración angular de la herramienta alrededor del eje Z. El término $\ddot{\vec{q}}$ es el vector de aceleración de las juntas dado por (75), con α_i : aceleración de la junta i -ésima.

$$\dot{\vec{q}} = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3 \quad \alpha_4 \quad \alpha_5] \quad (75)$$

El término faltante en (73) es \dot{J} , definido por la derivada de la matriz Jacobiano. La obtención del nuevo término \dot{J} , se presenta a continuación.

Cada una de las componentes de la matriz Jacobiano tiene variables articulares, por lo tanto, para obtener su derivada se deriva parcialmente cada término de la matriz con respecto al tiempo, mediante la aplicación de (76)

$$\dot{j} = \frac{dj(q)}{dt}, \quad (76)$$

para obtener los 30 términos presentados en (77) a (93)

$$\dot{J}_{11} = -s_\varphi \dot{J}_{32} - c_\varphi [s_{2+3+4}(P_Z + S_5) + c_{2+3}a_{34} + c_2a_{23}] \dot{\varphi}, \quad (77)$$

$$\dot{J}_{12} = c_\varphi [\delta_4 - s_2a_{23}\dot{\theta}_2] - s_\varphi [c_{2+3+4}(P_Z + S_5) - s_{2+3}a_{34} - s_2a_{23}] \dot{\varphi}, \quad (78)$$

$$\dot{J}_{13} = c_\varphi \delta_4 - s_\varphi [c_{2+3+4}(P_Z + S_5) - s_{2+3}a_{34}] \dot{\varphi}, \quad (79)$$

$$\dot{J}_{14} = -s_\varphi c_{2+3+4}(P_Z + S_5) \dot{\varphi} - c_\varphi s_{2+3+4}(P_Z + S_5)(\omega_{234}), \quad (80)$$

$$\dot{J}_{15} = \dot{J}_{25} = \dot{J}_{31} = \dot{J}_{35} = \dot{J}_{41} = \dot{J}_{51} = \dot{J}_{61} = \dot{J}_{62} = \dot{J}_{63} = \dot{J}_{64} = 0, \quad (81)$$

$$\dot{J}_{21} = c_\varphi \dot{J}_{32} - s_\varphi [s_{2+3+4}(P_Z + S_5) + c_{2+3}a_{34} + c_2a_{23}] \dot{\varphi}, \quad (82)$$

$$\dot{J}_{22} = s_\varphi [\delta_4 - c_2a_{23}\dot{\theta}_2] + c_\varphi [c_{2+3+4}(P_Z + S_5) - s_{2+3}a_{34} - s_2a_{23}] \dot{\varphi}, \quad (83)$$

$$\dot{J}_{23} = s_\varphi \delta_4 + c_\varphi [c_{2+3+4}(P_Z + S_5) - s_{2+3}a_{34}] \dot{\varphi}, \quad (84)$$

$$\dot{J}_{24} = c_\varphi c_{2+3+4}(P_Z + S_5) \dot{\varphi} - s_\varphi s_{2+3+4}(P_Z + S_5)(\omega_{234}), \quad (85)$$

$$\dot{J}_{32} = c_{2+3+4}(P_Z + S_5)(\omega_{234}) - s_{2+3}a_{34}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) - s_2a_{23}\dot{\theta}_2, \quad (86)$$

$$\dot{J}_{33} = c_{2+3+4}(P_Z + S_5)(\omega_{234}) - s_{2+3}a_{34}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3), \quad (87)$$

$$\dot{J}_{34} = c_{2+3+4}(P_Z + S_5)(\omega_{234}), \quad (88)$$

$$\dot{J}_{42} = \dot{J}_{43} = \dot{J}_{44} = c_\varphi \dot{\varphi}, \quad (89)$$

$$\dot{J}_{45} = -s_\varphi s_{2+3+4} \dot{\varphi} + c_\varphi c_{2+3+4}(\omega_{234}), \quad (90)$$

$$\dot{J}_{52} = \dot{J}_{53} = \dot{J}_{54} = s_\varphi \dot{\varphi}, \quad (91)$$

$$\dot{J}_{55} = c_\varphi s_{2+3+4} \dot{\varphi} + s_\varphi c_{2+3+4}(\omega_{234}), \quad (92)$$

$$\dot{J}_{65} = s_{2+3+4}(\omega_{234}), \quad (93)$$

donde $\delta_4 = -s_{2+3+4}(P_Z + S_5)(\omega_{234}) - c_{2+3}a_{34}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)$.

B. Cinemática inversa de aceleración

En la cinemática inversa de aceleración se desean conocer las aceleraciones de las juntas actuadas en función del estado de aceleración de la herramienta. El problema puede plantearse como: conocidos los ángulos de posición del robot, la posición y la orientación de la herramienta, las velocidades de las juntas, la velocidad lineal de la herramienta, las velocidades angulares de la herramienta, la aceleración lineal de la herramienta y las aceleraciones angulares de la herramienta, halle las aceleraciones de las juntas. La solución al problema requiere de aplicar el método de la traspuesta del Jacobiano, esta vez a (73). Primero se reescribe (73) como

$$J \ddot{\vec{q}} = \ddot{\vec{X}} - \dot{J} \dot{\vec{q}}, \quad (94)$$

luego se premultiplica a ambos lados por J^T ,

$$[J^T] J \ddot{\vec{q}} = [J^T] [\ddot{\vec{X}} - \dot{J} \dot{\vec{q}}], \quad (95)$$

expresión que, después de simplificaciones permite despejar el vector $\ddot{\vec{q}}$, presentado en (96).

$$\ddot{\vec{q}} = [J^T J]^{-1} [J^T] [\ddot{\vec{X}} - \dot{J} \dot{\vec{q}}] \quad (96)$$

V. VALIDACIÓN DE LA CINEMÁTICA DE VELOCIDAD

Se validó experimentalmente la formulación matemática, comparando los valores reales de velocidad angular en las articulaciones con el comportamiento cinemático de

velocidad evaluado mediante el modelo matemático, para una tarea cinemática realizable por el robot Mitsubishi RV-M1. Se creó una interfaz en ambiente GUIDE de Matlab, llamada AMDC RV-M1 [22], siglas de “Aplicativo en Matlab para el Desarrollo de la Cinemática del RV-M1”. La Fig. 4 presenta el algoritmo con los pasos seguidos para su creación, realiza cálculos de cinemática directa o inversa, de velocidad como y aceleración, y grafica los resultados.

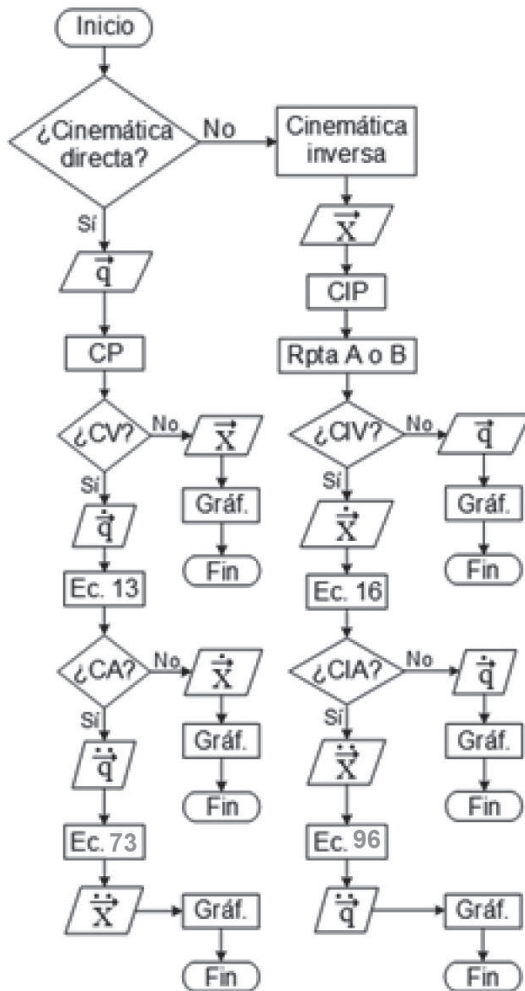


Fig. 4. Algoritmo de la interfaz desarrollada para facilitar los cálculos de la cinemática de velocidad y aceleración.

Para obtener los valores reales de velocidad angular en las articulaciones, durante la tarea cinemática, se utilizó un sistema de adquisición de datos (DAQ por sus siglas en inglés de Data Acquisition System) que permite la medición en tiempo real de las variaciones angulares de las juntas involucradas en el movimiento [18]. El DAQ cuenta con un giroscopio L3GD20 [23] que mide velocidades angulares alrededor de los tres ejes. Su rango de medición es variable: ± 250 °/s (escogida), ± 500 °/s o ± 2000 °/s. Este se comunica y envía los datos leídos por medio de una antena Bluetooth Modem BlueSMiRF Gold [24], que trabaja como una línea de comunicación serial (TX/RX), utilizando el microcontrolador Arduino Uno como plataforma de procesamiento. El sensor y la antena Bluetooth van montados sobre una placa shield para conexión con el microcontrolador, Fig. 5.

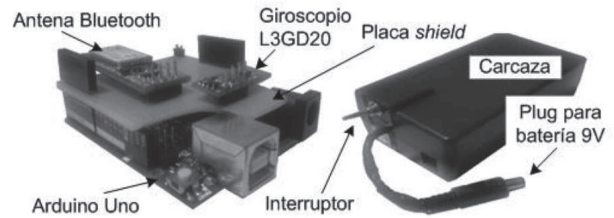


Fig. 5. DAQ construido para la validación de resultados.

A. Selección y programación de la trayectoria

Se toma como trayectoria una trayectoria lineal descendente desde el punto $P1=(500, 0, 450)$ mm a $P2=(500, 0, 200)$ mm con referencia en el marco $x_F-y_F-z_F$, Fig. 2d, con orientación de la herramienta constante, asemejando la aplicación de un cordón lineal de soldadura vertical. Se establece la velocidad de la herramienta en “SP 3”, equivalente a una velocidad lineal media en la herramienta de 35.89 mm/s. Se establece comunicación serial con el controlador del robot con Matlab, y se ordena al robot completar la trayectoria mediante los comandos “MP”, “HE”, “SP” y “MS” extraídos del manual de usuario [17].

B. Medición de las velocidades angulares

El DAQ construido se ubica sobre la cara superior de los eslabones, como se observa en la Fig. 6. La trayectoria se realiza en el plano XZ y la orientación de la herramienta se mantiene constante, por lo cual solo es necesario medir las velocidades angulares en los eslabones 2, 3 y 4. El envío de datos del DAQ a teléfono Android se hizo con la aplicación Bluetooth Serial Controller [25].



Fig. 6. Montaje de DAQ en los eslabones del robot RV-M1.

VI. RESULTADOS

Se hicieron 10 mediciones para cada articulación, en cada una de ellas el DAQ entrega 70 datos entre el inicio y final de la trayectoria; se asume que cada dato D_i ($1 \leq i \leq 70$) de cada medición corresponde a la medición de velocidad angular en el mismo punto, de modo que se tendrán 70 puntos de muestreo entre los puntos extremos $P1$ y $P2$, incluidos.

Normalmente, cuando se tiene una cantidad n de mediciones que corresponden a un mismo valor real de la variable medida, se encuentran valores que se desvían aparentemente de la tendencia del conjunto, conocidos como Outliers o valores extraños, que pueden resultar de la falta de control sobre el error sistemático en el procedimiento de medición [26]. En este caso, este error se origina por la estrategia de control del robot y la presencia de vibraciones en el robot. En [26] se describe el criterio de Chauvenet para la detección de Outliers en un conjunto de n datos, con probabilidad de ocurrencia menor a $1/2n$ mediante

$$1 - 2P(Z_0) < \frac{1}{2n}, \quad (97)$$

donde $P(Z_0)$: valor de probabilidad para una función de error normal y Z_0 está dado por la expresión

$$Z_0 = |(x_i - \bar{x})/S_x|, \quad (98)$$

con x_i : dato sospechoso, \bar{x} : promedio del conjunto de datos y S_x : desviación estándar de la muestra. Para $n=10$ se consideran como valores extraño aquellos con probabilidad de ocurrencia menor a 0.05% a partir de (97).

La Fig. 7 muestra las lecturas del DAQ durante la trayectoria con la etiqueta “Measured”, para las velocidades angulares en el marco fijo ${}^F\omega_2$ y ${}^F\omega_3$, y las compara con las velocidades obtenidas mediante programación de cinemática inversa de velocidad, distinguidas con la etiqueta “Simulated”.

La Fig. 8a presenta el valor de la velocidad angular del cuarto eslabón en el marco fijo, ${}^F\omega_4$. La velocidad teórica o calculada es etiquetada con “Simulated” en esa figura, y comparada contra las mediciones reales arrojadas por el DAQ con la etiqueta “Measured”. La Fig. 8b presenta los errores absolutos de las velocidades angulares de los elementos 2, 3 y 4 en el marco fijo, denotados como ${}^F\omega_2$, ${}^F\omega_3$ y ${}^F\omega_4$, respectivamente, que fueron obtenidos al comparar los valores teórico, ${}^F\omega_T$, con el leído por el dispositivo, ${}^F\omega_{DAQ}$, mediante

$$e = {}^F\omega_{DAQ} - {}^F\omega_T \quad (99)$$

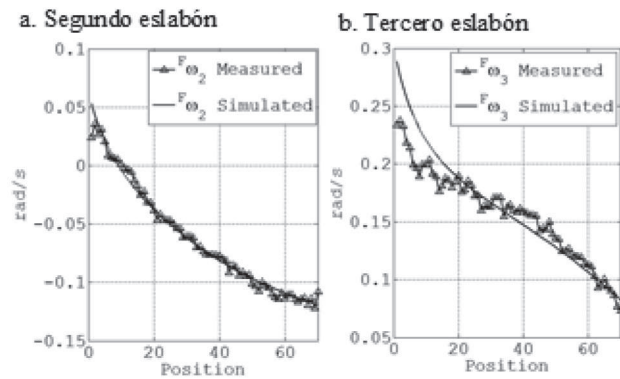


Fig. 7. Velocidad angular del segundo (a) y tercer eslabón (b) en el marco fijo, medida y simulada.

Debido a la disposición y eje de rotación del primer eslabón la velocidad ${}^F\omega_2$, en la Fig. 7a, es absoluta (corresponde totalmente a la rotación de la segunda articulación). Para el caso de ${}^F\omega_3$ correspondiente a la velocidad angular del tercer eslabón en el fijo no se ve afectada por las velocidades de los elementos cuarto y quinto, quedando expresado su estado de velocidad como

$${}^F\dot{X}_3 = {}^FJ_3[\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T, \quad (100)$$

con ${}^F\dot{X}_3$ definido por

$${}^F\dot{X}_3 = [{}^F\dot{x}_3 \ {}^F\dot{y}_3 \ {}^F\dot{z}_3 \ {}^F\omega_{x3} \ {}^F\omega_{y3} \ {}^F\omega_{z3}]^T, \quad (101)$$

y ${}^F\dot{x}_3$, ${}^F\dot{y}_3$ y ${}^F\dot{z}_3$ son las velocidades lineales de la tercera articulación a lo largo de los ejes x_F , y_F y z_F , respectivamente; ${}^F\omega_{x3}$, ${}^F\omega_{y3}$ y ${}^F\omega_{z3}$ son las velocidades angulares alrededor de los ejes x_F , y_F y z_F , respectivamente; y FJ_3 es la matriz Jacobiano del tercer eslabón en el marco fijo, la cual es hallada a partir de la matriz de transformación del tercer elemento en el marco fijo construida mediante (102). Finalmente, la velocidad ${}^F\omega_3$ se halla a partir de las componentes en (101) mediante (103). Los pasos de las ecuaciones (100) a (103) se repiten para el estado de velocidad del cuarto eslabón en el fijo ${}^F\dot{X}_4$ y obtener ${}^F\omega_4$. Para el estado de velocidad de la herramienta, FV_T y el vector FQ , del que se extraen cada una de las velocidad angulares ω_i , se cuenta con (13) a través de la interfaz en Matlab mencionada.

$${}^FT_3 = {}^FT_1 {}^FT_2 {}^FT_3 \quad (102)$$

$${}^F\omega_3 = \sqrt{({}^F\omega_{x3})^2 + ({}^F\omega_{y3})^2 + ({}^F\omega_{z3})^2} \quad (103)$$

La velocidad y aceleración angular del cuarto eslabón en el fijo, ${}^F\omega_4$ y ${}^F\alpha_4$, puesto que no varía la orientación de la herramienta en la tarea. Aún cuando solo se valida experimentalmente la velocidad angular, una estimación de la validez del modelo cinemático planteado resulta al comparar las curvas de velocidad y aceleración angular teóricas para la articulaciones 2 y 3 en el marco fijo, con las calculadas en base a las mediciones realizadas. Para ello, se deriva la el Jacobiano, FJ_3 en (100), obteniéndose ${}^F\dot{J}_3$, término que permite expresar (73) como (104) y obtener la expresión (105).

$${}^F\ddot{X}_3 = {}^F\dot{J}_3[\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T + {}^FJ_3[\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3]^T \quad (104)$$

$${}^F\alpha_{y3} = S_\phi \omega_1 \omega_2 + S_\phi \omega_1 \omega_3 - C_\phi \omega_2 \alpha_2 - C_\phi \omega_3 \alpha_3 \quad (105)$$

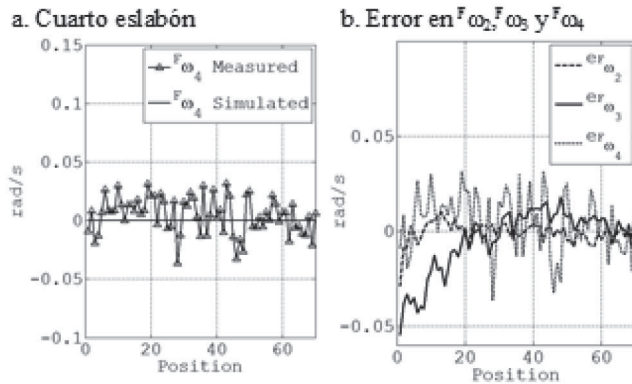
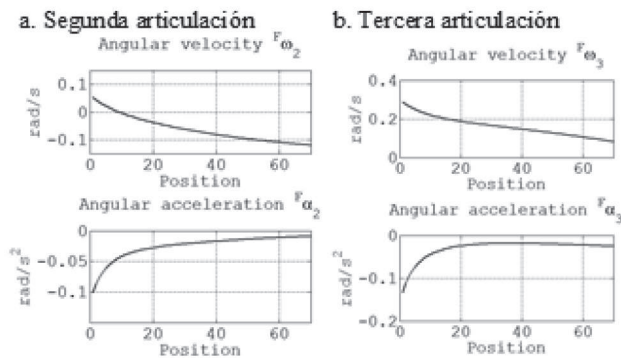


Fig. 8. Velocidad angular del cuarto eslabón ω_4 , en el marco fijo, medida y simulada y error en las velocidades angulares.

El comportamiento de las velocidades y aceleraciones angulares ω_2 , ${}^F\omega_{y3}$, α_2 y ${}^F\alpha_{y3}$ obtenido teóricamente se muestra en las Fig. 9a y 9b. Siendo la aceleración angular la razón de cambio de la velocidad angular, el valor de aceleración angular en cada posición de la trayectoria en la Fig. 9 estará definido por el cociente entre $\Delta\omega$ y el tiempo transcurrido entre cada posición (para la tarea cinemática realizada es de aproximadamente 0.1 seg).



VII. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Se consideran los aspectos que afectan directamente la precisión de los resultados.

Limitaciones de control (movimiento Punto A Punto-PTP): Las pruebas se realizaron mientras el manipulador describía un movimiento vertical descendente, con una velocidad de 35.89 mm/s. Idealmente el movimiento es en línea recta, pero se aproximó la tarea cinemática utilizando el comando MS (Move straight) que genera n ($1 < n < 99$) puntos entre P1 y P2. El movimiento entre los puntos generados se realiza mediante interpolación articular, véase las curvas de aproximación en la Fig. 10. Del valor de n depende la proximidad entre el movimiento del robot y el deseado y la estabilidad de la estructura física.

Vibración de la estructura física del manipulador: un mayor número de puntos entre P1 y P2 acorta la distancia entre ellos, y hace más inestable es la estructura del robot, presentándose vibraciones de diferente magnitud a lo largo de la trayectoria que afectan directamente la medición de la velocidad. Las vibraciones de baja amplitud son filtradas por el DAQ construido, sin embargo, una gran parte de vibraciones a lo largo de la trayectoria de mayor amplitud generan rizado y saltos en la curva correspondiente a los datos obtenidos.

Precisión del dispositivo de medición: del procedimiento de calibración se estableció un intervalo de incertidumbre para la medición de $\pm 0.65^\circ/s$ (0.011 rad/s). Las Fig. 11a y 11b muestran la diferencia que existe al simular la cinemática directa de velocidad lineal del robot con la interfaz AMDC RV-M1 usando como datos de entrada los valores obtenidos al simular la cinemática inversa de velocidad, contra los valores obtenidos de la medición utilizando el DAQ.

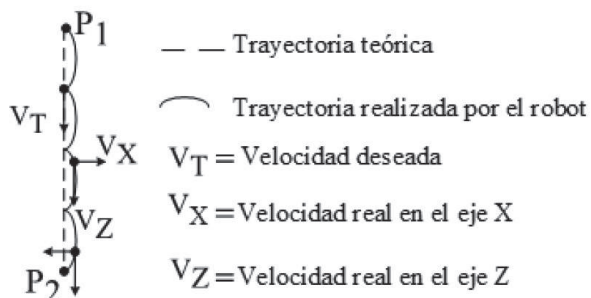


Fig. 10. Diferencia entre la trayectoria real y la simulada.

A pesar de que únicamente debería existir velocidad en el eje Z, la presencia de velocidad en el eje X es atribuida a la aproximación tipo arco de punto a punto inherente al controlador suministrado por el fabricante y de hardware inaccesible. Lo anterior modifica, inclusive, la velocidad en el eje Z, así como la pequeña variación en la inclinación de la herramienta mostrada en la Fig. 11b.

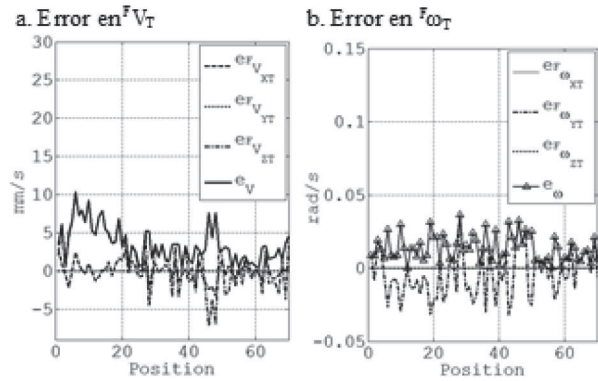


Fig. 11. Error en ${}^F V_T$ y ${}^F \omega_T$ (componentes del estado de velocidad).

El error absoluto en la velocidad lineal de la herramienta a lo largo de la tarea cinemática se observa en la Fig. 12a. El mayor de error se tiene al inicio de la tarea, con excepción de un pico de error atribuible a un pico de vibración del sistema en la tercera y cuarta articulación, puesto que experimentan las mayores velocidades de la trayectoria, al ser exigido el controlador puesto que se requiere mayor cantidad de pulsos de los encoders que gobiernan a los servomotores. En promedio se tiene un error de 3.28 mm/s para la velocidad lineal de la herramienta. La Fig. 12b muestra el error absoluto las desviaciones de velocidad angular en la herramienta. Se tiene entonces un promedio de error absoluto de velocidad angular de la herramienta a lo largo de la trayectoria menor a 0.015 rad/s, valor aceptable dada las condiciones del procedimiento de validación, las limitaciones en el acceso al control del robot y al envejecimiento del mismo, dada la antigüedad del hardware.

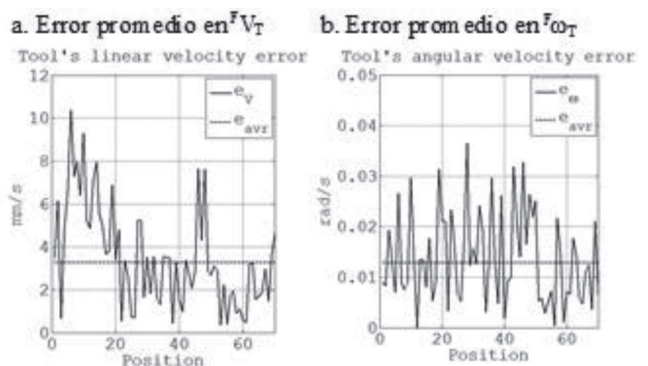


Fig. 12. Error total para la velocidad lineal y angular del efector final.

VIII. CONCLUSIONES

A partir de la matriz de transformación de posición de la herramienta del robot Mitsubishi RV-M1 se deducen las expresiones que permiten determinar la matriz Jacobiano de este manipulador. El conocimiento de este arreglo permitió

el planteamiento explícito matricial de las soluciones de la cinemática de velocidad y de aceleración, directa e inversa en cada caso. A partir de estas ecuaciones, se programó una interfaz gráfica de usuario que resume la ejecución de seis funciones de cálculo: posición, velocidad y aceleración, tanto análisis directo como inverso. La metodología de cálculo propuesta en la interfaz se utilizó para una simular una trayectoria lineal vertical, semejante a un cordón vertical de soldadura de 250 mm de longitud. La simulación en la interfaz permitió verificar que el cordón estaba dentro del espacio de trabajo del robot, y obtener los valores de ángulos, velocidad y aceleración de cada junta del robot. Se implementó la tarea cinemática en el robot con la asistencia de un DAQ básico, construido para medir los valores de velocidad angular de cada junta. La confrontación de los valores calculados en la interfaz y los arrojados por el DAQ permitieron establecer una gran concordancia entre el modelo teórico desarrollado y el desempeño real, con errores promedio en la velocidad lineal de la herramienta de 3.28 mm/s, y de 0.015 rad/s para la velocidad angular, valores aceptables y razonablemente atribuibles a la naturaleza del movimiento de aproximación de punto a punto inherente al controlador original del robot. Se considera este trabajo como un aporte significativo a la robótica de manipuladores seriales, por cuanto no existe literatura que reporte un trabajo similar para el robot en estudio.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo brindado por la Vicerrectoría de Investigaciones, Extensión y Proyección Social; y por la Decanatura de Ingeniería de la Universidad del Atlántico.

REFERENCIAS

- [1] R. Jazar, *Theory of Applied Robots*, New York: Springer, 2007.
- [2] M. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*, 2da. ed., New York: Wiley, 2005.
- [3] I. Olier, O. Avilés, and J. Hernández, "Una introducción a la robótica industrial," *Revista Fac. Ing. Mec., UMNG*, vol. 8, pp. 53–67, 1999.
- [4] L. Tsai, *Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*, Canada: Wiley, 1999.
- [5] E. Barrios, F. Bernal, y C. Tejada, "Diseño de sistemas electrónicos para manejo de señales digitales para control de articulaciones del robot Movemaster RV M1 de Mitsubishi," Pregrado, Ing. Mecatrónica, U. de San Buenaventura, Bogotá, 2011.
- [6] R. Mihali and T. Sobh, "Effective simulation and control approaches for alleviating the access to high-cost manipulator," *J. of STEM Education: Innovation and Research*, vol. 6, pp. 21–28, 2005.
- [7] K. Goyal and D. Sethi, "An analytical method to find the workspace of a robot manipulator," *J. of Mech. Eng.*, vol. 41, no. 1, pp. 25–30, 2010.
- [8] C. Hamilton, "Using MATLAB to advance the robotics laboratory," *J. of Comp. Applications in Eng. Ed.*, vol. 15, no. 3, pp. 205–213, 2007.
- [9] R. Kumar, P. Kalra, and N. Prakash, "A virtual RV-M1 robot system," *Elsevier*, vol. 27, pp. 994–1000, 2011.
- [10] J. Roldán, et al, "Cinemática inversa matricial del manipulador 5R Mitsubishi RV-M1," *Revista Épsilon*, no. 19, pp. 33–56, 2012.
- [11] M. Cardona, et al, "Diseño, construcción e implementación de una plataforma robótica multifuncional con propósitos educativos-Majad 1.0," *Revista Entre Ciencia e Ingeniería*, vol. 8, no. 16, pp. 9-15, Jul-Dic 2014.
- [12] C. Crane and J. Duffy, *Kinematic Analysis of Robot Manipulators*,

New York: Cambridge University Press, 2008.

- [13] S. Dutré, H. Bruyninckx, and J. Schutter, "The analytical Jacobian and its derivate for a parallel manipulator," *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2961–2966, 1997.
- [14] S. Buss, "Introduction to inverse kinematics with Jacobian transpose, pseudoinverse and damped least squares methods," *San Diego: Department of Mathematics, University of California*, pp. 1–19, 2009.
- [15] S. Koh, "A Jacobian-based algorithm for planning the motion of an underactuated rigid body undergoing forward and reverse rotations," *Robotica*, vol. 28, pp. 747–757, 2009.
- [16] F. Park and J. Kim, "Manipulability of closed kinematic chains," *Journal of Mechanical Engineers*, vol. 121, no. 1, pp. 32–38, 1999.
- [17] Mitsubishi Electric Corporation, *Industrial Micro-robot System Model RV-M1 Technical Manual*. Naguya, JPN: Mitsubishi, 1989.
- [18] L. D. Martínez, L. Martínez, J. Roldán, "Basic DAQ for validating velocity kinematics of the Mitsubishi Movemaster RV-M1 robot," *IEEE Latin Am. Trans.* Unpublished.
- [19] F. Reyes, *Matlab Aplicado a Robótica y Mecatrónica*, México: Alfaomega, 2012.
- [20] M. Gil, *Introducción Rápida a Matlab y Simulink para Ciencia e Ingeniería*, Madrid: Días de Santos, 2003.
- [21] J. Rúa y A. Barraza, "Modelado dinámico realista del manipulador Mitsubishi Movemaster RV-M1," Pregrado, Ing. Mecánica, U. del Atlántico, Barranquilla, 2013.
- [22] J. Roldán, L. D. Martínez, y L. Martínez, "Software AMDC RV-M1," Certificado de Registro de Soporte Logico 13-56-87, Octubre 25, 2016.
- [23] Stmicroelectronics, "MEMS motion sensor: three-axis digital output gyroscope L3GD20," Agosto 2011. [Online]. Available: <http://www.tiendaderobotica.com/download/L3GD20.pdf>
- [24] Sparkfun Electronics, "Bluetooth BlueSMIRF Gold," [Online]. Available: <http://tienda.tdrobotica.co/producto/105>
- [25] Next Prototypes, "BlueTooth Serial Controller 2.2.1," [Online]. Available: <http://play.google.com/store/apps/details?id=nextprototypes.BTSerialController&hl=en>
- [26] R. Figliola and D. Beasley, *Theory and Design for Mechanical Measurements*, 5th. ed., Michigan: Wiley, 2011.



Luis Daniel Martínez Mercado nació en Barranquilla, Atlántico, Colombia. Es ingeniero Mecánico egresado de la Universidad del Atlántico. Sus intereses investigativos se orientan a la robótica y la instrumentación industrial.



Lesme Martínez Bolívar nació en Barranquilla, Atlántico, Colombia. Es ingeniero Mecánico egresado de la Universidad del Atlántico. Su área de desempeño en la industria es la gerencia de proyectos y el mantenimiento industrial



Javier Roldán Mckinley nació en Barranquilla, Atlántico, Colombia. Es Ingeniero Mecánico de la Universidad del Atlántico. Obtuvo su título de MSc de la Ingeniería Mecánica con énfasis en Diseño de Maquinaria en la Universidad de Puerto Rico-Mayagüez. Obtuvo su PhD en Ingeniería Mecánica en la Universidad de la Florida (Gainesville, FL, USA) con énfasis en Dinámica, Sistemas y Control. Fue profesor de The City University of New York CUNY-LaGuardia Campus, y actualmente se desempeña como profesor de planta del Programa de Ingeniería Mecánica de la Universidad del Atlántico. Pertenece al grupo DIMER y sus intereses investigativos se orientan al control de robots, instrumentación industrial, diseño de mecanismos y máquinas y educación de la ingeniería.