

# Modelo Matemático Mixto de Gestión de Inventarios para un Almacén Minorista de Doble Canal<sup>1</sup>

## Mixed Mathematical Inventory Management Model for a Dual Channel Retail Warehouse

F. A. Torres y V. A. Sanabria

Recibido: mayo 9 de 2022 – Aceptado: diciembre 30 de 2022

**Resumen**— Agregar un nuevo canal de ventas genera nuevos desafíos en términos de gestión de inventarios debido a la diferencia de tamaño de los pedidos y tiempos de cumplimiento además de la incertidumbre en la demanda de ambos canales. El objetivo es diseñar un modelo de gestión de inventarios mixto compuesto por un modelo de reaprovisionamiento conjunto para el canal tradicional de tiendas minoristas y un modelo de revisión continua con para el canal Online, ambos con demanda estocástica, por la diferencia que presentan en su gestión operativa. Se desarrolló un método heurístico para la solución del problema y para su validación se evaluaron ejemplos numéricos donde se encontró una reducción de 11% en el costo de la política de inventario del almacén de doble canal con el modelo propuesto el cual busca representar una aproximación de la gestión como lo es el reaprovisionamiento conjunto en los minoristas.

**Palabras clave**— comercio electrónico, gestión de inventario, doble canal, minorista, demanda estocástica.

**Abstract**— Adding a new sales channel creates new challenges in terms of inventory management due to the difference in order size and fulfillment times as well as the uncertainty in the demand of both channels. The objective is to design a mixed inventory management model composed of a joint replenishment model for the traditional retail channel and a continuous review model for the Online channel, both with stochastic demand, due to the difference they present in their operational management. A

heuristic method was developed to solve the problem and for its validation numerical examples were evaluated where an 11% reduction was found in the cost of the dual channel warehouse inventory policy with the proposed model which seeks to represent an approximation of management such as joint replenishment at retailers.

**Keywords**— electronic commerce, Inventory management, dual channel, retailer, stochastic demand.

### I. INTRODUCCIÓN

EL comercio electrónico se ha convertido en una alternativa para los minoristas debido a la facilidad que ofrece para llegar a nuevos clientes, crear un catálogo digital de productos permite ofrecer una mayor diversidad de productos ampliando así la cobertura que se alcanza con el canal tradicional de tiendas, donde el cliente va directamente a la tienda y solo tiene acceso a los productos que se encuentran en físico[1]. Sin embargo, este cambio significó una alteración en la forma en que se gestiona el inventario dentro de los almacenes donde se despacha los pedidos tanto para el canal tradicional de tiendas minoristas y clientes del canal directo online, una de las principales diferencias es el tamaño del pedido para el canal tradicional debido a que este tienda a ser más grande debido a que se abastece el volumen requerido por la tienda a diferencia del canal directo online donde los pedidos son individuales por ende se manejan en cantidades pequeñas que requieren un alistamiento rápido debido a que los tiempos de entrega tienden a ser más cortos[2].

Lógicamente este cambio de gestión hizo que la infraestructura de los almacenes cambiara a un nuevo diseño denominado almacén de doble canal el cual consiste en dividir el almacén en dos áreas, un área donde se almacena a granel para cumplir con los pedidos del mayor volumen del canal tradicional y para el canal directo online un área de baja densidad donde se almacenan productos al detal, es decir, se tiene un área menor donde los desplazamientos son menores y los productos están de forma accesible con el fin de reducir el tiempo de alistamiento de pedidos [2]. Es por esto que la investigación se centra en diseñar un modelo que integre el

<sup>1</sup>Producto derivado del proyecto de investigación “Modelo Matemático mixto de gestión de inventarios para un almacén minorista de doble canal”, apoyado por la Universidad de Investigación y Desarrollo.

F. A. Torres, Universidad de Investigación y Desarrollo, Barrancabermeja, Colombia, email: ftorre4s@udi.edu.co.

V. A. Sanabria, Universidad de Investigación y Desarrollo, Barrancabermeja, Colombia, email: vsanabria1@udi.edu.co.

**Como citar este artículo:** F. A. Torres y V. A. Sanabria. Modelo Matemático Mixto de Gestión de Inventarios para un Almacén Minorista de Doble Canal, Entre Ciencia e Ingeniería, vol. 16, no. 32, pp. 42-51, julio-diciembre 2022. DOI: <https://doi.org/10.31908/19098367.2799>.



comportamiento en términos de gestión de inventarios en una política global que permita un adecuado nivel de inventario para cada canal que permita llegar a un equilibrio para reducir los costos totales de gestión [4], partiendo de la premisa del tipo de revisión que se realiza en ambos canales donde se establece por un lado revisión continua para el canal directo online debido a la dinámica del mismo, donde se hace fundamental tener una verificación constante del nivel de inventario con el fin de evitar fallas en los pedidos puntuales de los clientes. A diferencia del canal tradicional donde los pedidos son más grandes y generalmente están programados con el proveedor siendo la revisión periódica la que mejor se ajusta a este tipo de gestión dado a que la verificación del inventario se realiza después de un tiempo determinado reduciendo de esta manera el costo intensivo de revisión por las cantidades que se manejan. Sin embargo, al trabajar con múltiples productos se ajustara a la estrategia de reaprovisionamiento conjunto la cual se basa en definir un tiempo en común “T” donde se agrupan múltiples productos requeridos por la tienda para el lanzamiento del producto [3].

## II. METODOLOGÍA

La metodología con la que se abordó la presenta por [4] para el estudio de la Investigación de Operaciones compuesta de 4 Fases como se muestra en la Fig. 1

En la fase de definición del problema y recolección de datos relevantes está compuesta por dos etapas: la primera es la definición del problema en la cual se realiza una revisión de literatura con el fin de establecer los estudios relacionados con la gestión de inventarios en el contexto de doble canal para posteriormente definir el planteamiento del problema y los artículos base para la selección de los datos para el desarrollo de los ejemplos numéricos.

Una vez establecido el problema se procede hacer la recolección de datos relevantes que sirvan de insumo para el modelo.

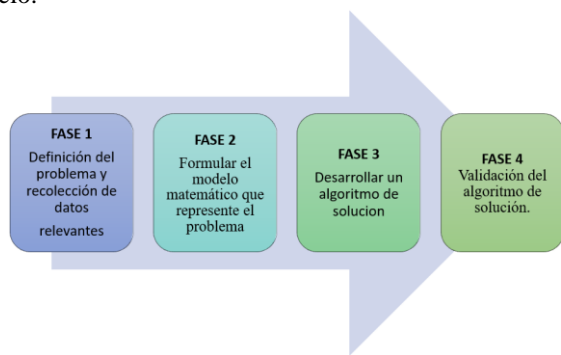


Fig. 1. Fases de la solución de un problema de investigación de operaciones.

Nota: Dado el alcance de la investigación se definen 4 fases de la metodología para la solución de un problema de investigación de operaciones.

En la etapa de revisión de literatura se encontraron diferentes estudios donde se realizan análisis de la gestión de inventarios en la cadena de suministro de doble canal y

finalmente como ha sido la investigación puntualmente en la estrategia centralizada del almacén de doble canal.

Si bien, agregar un canal en línea beneficia a los fabricantes, puede generar conflictos con los minoristas, los cuales pasan de ser un socio comercial a ser su competencia [5], lo que ha llevado a los investigadores a analizar cómo este conflicto puede afectar el nivel de inventario de cada uno de los canales.

Investigó [6] los niveles de inventario en una cadena de suministro de doble canal compuesta por un minorista independiente y un fabricante, que se encontraban en competencia vertical simultánea (doble marginación), es decir, en la que se tiene un doble margen de beneficio entre los miembros de la cadena, donde cada uno de los canales maneja su propio nivel de inventario. El autor encontró en su estudio que a medida que aumentaba la doble marginación, el fabricante tendía a excederse en el nivel de inventario, mientras que el minorista solía estar desabastecido. Además, [7] estudiaron la competencia entre un canal directo online propiedad de un fabricante el cual tenía una capacidad limitada de producción y un canal minorista. Definieron que, si en un canal se encuentran productos agotados, una fracción de los clientes insatisfechos visitan al otro canal. Desarrollaron un enfoque de Stackelberg, el cual consiste en que alguno de los dos canales es el líder y otro es el seguidor, el líder toma la iniciativa de decidir su nivel del inventario, y el seguidor basado en esta decisión decide su nivel de inventario. El fabricante es el líder y el minorista el seguidor, entonces, el fabricante tiene dos decisiones: el nivel de inventario y la cantidad a despachar en cada pedido, y basado en estas decisiones el minorista decide su nivel de inventario. Demostraron que el fabricante tenía la posibilidad de negarle el inventario al minorista incluso cuando su capacidad fuera suficiente.

Estudiaron [8] la competencia en una cadena de suministro de doble canal, compuesta por un fabricante y un conjunto de distribuidores independientes, durante dos periodos de tiempo; observaron que en el primer período el fabricante comienza a invadir el mercado, lo que provoca que algunos distribuidores se retiren en el segundo período. También definen que tanto la estructura del mercado como la naturaleza de la competencia tienen un impacto importante en la elección óptima de arrendamiento y venta del distribuidor. En [9] investigaron la competencia que surgió entre canales, determinados por un fabricante y un número determinado de tiendas minoristas; basaron su sistema en un enfoque de Stackelberg. Analizaron el nivel de inventario de un producto y su relación con los costos de producción y los precios al por mayor.

Por otro lado, en [1] estudiaron una cadena de suministro doble canal, el fabricante ofrece productos personalizados a través de un canal directo online (bajo pedido), además de ofrecer su producto estándar a través del canal minorista tradicional (en stock). Analizaron las ganancias y las decisiones de inventario que resultan de la adopción de esta estrategia, demostraron que agregar un canal en línea de productos personalizados aumentaría las ganancias. Sin embargo, con esta estrategia se creó un conflicto entre el canal

directo del fabricante y las tiendas minoristas.

El conflicto entre canales ha llevado a los investigadores a generar alternativas de coordinación entre canales, con el fin de mejorar los beneficios de toda la cadena en [10] propusieron lo que podría describirse como uno de los primeros modelos de coordinación en la cadena de suministro de doble canal en el que el inventario se mantiene en el almacén del fabricante, para satisfacer tanto la demanda del canal directo online y la demanda de una tienda minorista; cada canal recibe demandas independientes, los que prefieren las tiendas minoristas y los que prefieren el canal directo online; sin embargo, se tiene una probabilidad de ir al otro canal si alguno de ellos está desabastecido. Los autores desarrollaron una estrategia de control de inventario, donde calcularon el costo operativo del sistema considerando la tenencia de inventario y los costos de ventas perdidas y, compararon la estrategia de doble canal con la de un solo canal (solo minorista y solo canal directo online), obteniendo mejores resultados cuando se usa la estrategia de doble canal. Un año después en [11] desarrollaron modelos matemáticos para la cadena de suministro de doble canal descentralizada y centralizada. Demostraron que cuando la cadena es centralizada el ahorro en costos es significativo, además de beneficiar al minorista y a los clientes.

En la misma línea de [10] en [12] desarrollaron un modelo matemático en el que consideran que los costos de ventas perdidas, se manejan de manera independiente; es decir, cada canal maneja su propio costo; además proponen dos algoritmos para determinar el nivel de inventario: un algoritmo de Mejor Vecindad (Best Neighborhood, BN) y un algoritmo Recocido Simulado (Simulate Annealing, SA) comparando los resultados de los algoritmos entre sí.

En [13] estudiaron tres estrategias de inventario diferentes: (1) centralizada, (2) enfoque de Stackelberg en la que el minorista es el líder y, (3) una estrategia en la que la operación de canal directo online se subcontrata a un proveedor de logística tercerizada o externa (Third Party Logistic, 3PL), en una cadena de suministro de doble canal que comprende un fabricante y un minorista, en el que definieron el nivel de inventario tanto para canal directo online del fabricante como para el minorista, con el fin de maximizar el beneficio esperado.

Por otro lado, en [14] estudiaron una cadena de suministro de doble canal en la que consideraron la configuración de la producción y de entrega de productos y, propusieron una estrategia de control de inventario, con el objetivo de minimizar los costos de mantenimiento de inventario, los costos de ventas perdidas, así como los costos de producción y entrega. En [15] estudiaron el nivel de inventario y el nivel de servicio del minorista en una cadena de suministro de doble canal conformado por un fabricante, que vende productos a través de un canal directo y un minorista, donde analizaron, cómo el nivel de servicio afecta el nivel de inventario, y qué factores influyen en el nivel de servicio, (el nivel de servicio representa una compensación entre el costo de inventario costo de mantenimiento y el costo de la falta de existencias costo de desabastecimiento).

En [16] realizaron un estudio que se dividió en dos secciones: la primera bajo un enfoque teórico en el que realizaron una revisión exhaustiva de la literatura sobre almacenamiento y, la segunda bajo un enfoque empírico en el que realizaron entrevistas a 15 gerentes de almacén y consultores quienes dieron observaciones de las problemáticas que ellos encontraban en almacenamiento actual; concluyeron la importancia de investigar sobre la gestión de los dos canales donde se proporcionen soluciones que se adapten a las nuevas dinámicas de gestión de inventarios actualizando los estudios para que se ajusten a los entornos reales de funcionamiento que permita reducir los costos. En esa misma línea, años después [17] realizaron una revisión en la que resaltan la necesidad de adaptar las operaciones y diseño del almacén a la logística omnicanal donde resaltan en términos de gestión inventarios Existen modelos estándar que proporcionan una base para determinar los niveles de inventario en omnicanal. Sin embargo, estos modelos necesitan extensiones y nuevos enfoques para lidiar con la complejidad de los omnicanal, entendiéndose omnicanal como el uso simultáneo e interconectado de diferentes canales de comunicación, con el objetivo de estrechar la relación entre canal directo online y el canal tradicional. De esta forma, se perfecciona la experiencia del cliente.

Dos estrategias comunes para el manejo de inventario en el entorno empresarial de doble canal son las políticas descentralizadas y centralizadas. Una empresa con una política de almacenamiento descentralizado establece un almacén de cumplimiento electrónico, en que se selecciona, se empaca y se envía el pedido del canal online de manera independiente al almacén principal, lo que representa tener por separado equipos de inventario y equipos de operaciones comerciales [18]. En la estrategia descentralizada se evalúa el almacenamiento por separado, se tienen los almacenes de cumplimiento electrónico, es decir un almacén donde solo se gestionan el inventario de pedidos del canal directo online, el cual estaba dividido en dos áreas: área de recolección, donde los artículos se almacenan individualmente en contenedores, y un área de reserva, donde los artículos se almacenan a granel en pallets. Esto para minimizar el costo de mantenimiento y mano de obra, en la investigación de [19] contemplaron el estudio en un almacén de cumplimiento electrónico de la empresa Amazon en el cual plantearon una política de reposición de inventarios periódica en el que se sincronizan los pedidos del área de reserva con los pedidos del área de alistamiento de baja densidad. Para la solución de este modelo proponen una heurística de solución, consideraron la demanda estocástica. Por su parte años más tarde [20] estudió un almacén de cumplimiento electrónico una política de revisión periódica con una política de pedidos anidada, con demanda estocástica y tiempo de entrega determinista en el que consideraron los retrasos en el envío de los pedidos e información de pedidos por adelantado.

Si bien la opción de separar los canales brinda flexibilidad en el cumplimiento de pedidos online, esta opción requiere capital operativo adicional, así como un mayor nivel de inventario en el sistema, debido a la necesidad de mantener

existencias de seguridad separadas en varias instalaciones en la red de distribución [18]. Por otro lado, [21] determinaron que con esta estrategia se hace compleja la coordinación entre canales, lo que conduce a ineficiencia a largo plazo y confusión del consumidor.

La política centralizada se basa en utilizar un almacén centralizado, es decir, un almacén integrado o varios almacenes agrupados en la misma ubicación, para atender tanto los pedidos del canal directo online como los pedidos del canal tradicional. Recientemente ha venido ganando popularidad y es la estructura organizativa más común para el comercio de doble canal [22], [17], [23], [24], [25]. Los beneficios de la integración de capacidades relacionadas con el uso del mismo espacio de almacén son: procesos similares, inventario de seguridad conjunto y personal compartido para el manejo de la reposición de tiendas y el comercio electrónico. Los sistemas de inventario integrados hacen posible que los minoristas y fabricantes mantengan un menor inventario y creen una oportunidad para lograr un mayor nivel de servicio general debido a la agrupación de inventario [25].

En [24] realizaron un análisis exploratorio en que realizaron entrevistas a 43 ejecutivos de 33 empresas en el comercio multicanal líderes en Europa, proporcionaron información sobre las operaciones multicanal como, el diseño de red, la gestión de inventario, las operaciones de almacén y la gestión de capacidad. Discutieron los desafíos en las operaciones de almacenes doble/multicanal y concluyeron que la clave es la integración eficiente de las operaciones de los diferentes canales en el almacén. Sin embargo, no proporcionaron un análisis cuantitativo para el almacén multicanal. En el estudio de [22] desarrollaron un modelo de inventario de múltiples artículos teniendo en cuenta la restricción de la capacidad del almacén, la demanda y la incertidumbre del tiempo de entrega en el que determinan el nivel de inventario para cada uno de los canales y la reposición de cada uno de estos. Trabajaron bajo una política de revisión continua de inventarios ( $Q, R$ ), además consideraron la demanda estocástica. Realizaron un estudio bajo el enfoque centralizado, en la que un fabricante utiliza el almacén doble canal con el fin de cumplir la demanda del canal tradicional y el canal directo online; consideraron la restricción de espacio en el que el almacén se divide en dos áreas con diferente nivel de inventario: un área de baja densidad para cumplir con los pedidos en línea (Etapa 2), en la que se tiene que tener acceso a todos los productos almacenados individualmente en contenedores y la otra área de alta densidad para almacenar productos y cumplir con los pedidos de mayor tamaño de las tiendas minoristas (Etapa 1) los cuales están almacenados en pallets, si bien esta estructura es similar a los almacenes de cumplimiento mencionados en el enfoque descentralizado la diferencia está en que la estructura de los trabajos de [19] y [20] se basa en la gestión de inventarios de un solo canal (canal directo online).

El canal de distribución juega un papel muy importante en la gestión de la cadena de suministro. En un inicio, los fabricantes producen los productos y los envían a los minoristas, luego los clientes visitan las tiendas minoristas

para comprar el producto según sus necesidades este sistema de distribución particular se denomina Canal Tradicional que todavía existe en los negocios [5].

Partiendo de lo anterior se plantea el siguiente problema de investigación: los principales objetivos del almacén de un fabricante son reducir los costos de operación y cumplir con los pedidos de manera rápida y confiable, para reducir los costos de alistamiento de pedidos se considera un almacén de doble canal el cual se divide en 2 etapas. Los pedidos hechos al fabricante llegan a la área de reserva (Etapa 1) desde donde se abastece a las tiendas minoristas y a la zona de recolección exclusiva para el cumplimiento de los pedidos online (Etapa 2); una diferencia importante entre estos canales es el tiempo de pedido, por un lado se tiene que los tiempos de entrega de las tiendas suelen ser más largos, ya que estos generalmente se programan con anticipación; por otro lado, los pedidos online que tienen un tiempo menor para su cumplimiento y se presentan en momentos aleatorios en el tiempo.

El objetivo es desarrollar un modelo para la toma de decisiones en el que se defina un tiempo  $T$  de reaprovisionamiento conjunto de todos los productos por parte del fabricante y como va a ser el flujo de artículos del área de reserva (Etapa 1) a el área de gestión de pedidos online (Etapa 2) en el que se defina la cantidad de pedidos y el punto de reorden para cada uno de los productos. Estas áreas forman un sistema de control de inventario en serie de dos escalones como se muestra en la

Fig. 2.

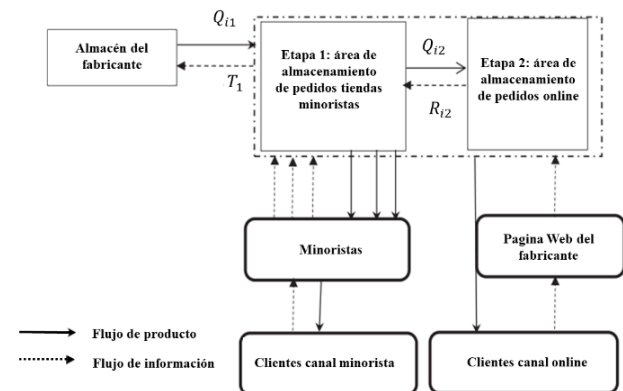


Fig. 2. Almacén doble canal, canal tradicional reaprovisionamiento conjunto canal online revisión continua.

Nota: Se muestra la estructura del almacén doble canal el cual está dividido en 2 áreas de almacenamiento con una política de inventario diferente. Adaptado de [27]

Una vez definido el problema, se diseña una representación de esta situación, que permita su análisis y solución. La forma convencional en que la investigación de operaciones logra este objetivo es mediante la construcción de un modelo matemático que represente la esencia del problema. Para esto se realizan las siguientes actividades. Comprender las bases teóricas del dimensionamiento de almacenes con el fin de determinar las variables de decisión, supuestos, parámetros,

los objetivos y restricciones correspondientes al problema. Construir modelo matemático mixto de gestión de inventarios.

$i$ : índice del artículo ( $i=1, 2, \dots, n$ )

$j$ : índice de etapa, donde  $j = 2$  para el área de almacén dedicada a satisfacer la demanda en línea (área de picking en línea), y  $j = 1$  para el área de almacén dedicada a satisfacer las demandas minoristas y de área Online dedicada

$D_{ij}$ : Demanda anual esperada para el artículo  $i$  en la etapa  $j$

$h_{ij}$ : Costo de mantenimiento por unidad de tiempo para el artículo  $i$  en la etapa  $j$

$B_{ij}$ : Costo por unidades pendientes de entrega (Backorder) para el artículo  $i$  en la etapa  $j$

$a_{ij}$ : Costo de pedido para el artículo  $i$  en la etapa  $j$

$L_{i1}$ : Duración del tiempo de entrega para el artículo  $i$  en la etapa 1

$Q_{i2}$ : Cantidad de pedido del artículo  $i$  en la Etapa 2 de almacenamiento.

$R_{i2}$ : Punto de reorden para el pedido del artículo  $i$  en la Etapa 2.

$k_{i1}$ : Frecuencia de activación individual del artículo  $i$  en la etapa 1

$T_1$ : tiempo de ciclo base entre dos órdenes consecutivas en la etapa 1

$T_{i1}$ : tiempo de ciclo del artículo  $i$  en la etapa 1

$z_{ij}$ : Factor de seguridad de artículo en la etapa  $j$

$x_{i2}$ : Demanda durante el tiempo de entrega (DDLTL, variable aleatoria) del artículo  $i$  en la etapa 2

$f(x_{i2})$ : Función de densidad de probabilidad de demanda durante el tiempo de entrega para el ítem  $i$  en la etapa 2, con media.

La ecuación (1) es la media de la demanda durante el tiempo de entrega canal online.

$$\mu_{x_{in}} = \mu_{L_{in}} \times \mu_{d_{in}} \tag{1}$$

La ecuación (2) es la desviación promedio de la demanda durante el tiempo de entrega canal online

$$\sigma_{x_{i2}} = \sqrt{\mu_{L_{i2}} \times \sigma_{d_{i2}}^2 + \mu_{d_{i2}}^2 \times \sigma_{L_{i2}}^2} \tag{2}$$

La ecuación (3) es la media de la demanda durante el tiempo de entrega canal tradicional

$$\bar{\mu}_{i1} = D_{i1}(L_{i1}) \tag{3}$$

La ecuación (4) es la Desviación promedio de la demanda durante el tiempo de entrega canal tradicional

$$\bar{\sigma}_{i1} = \sigma_{i1} \sqrt{L_{i1}} \tag{4}$$

La ecuación (5) representa el canal tradicional minorista

$$CT(T, k_{i1}, z_{i1}) = \frac{A_1}{T_1} + \frac{\sum_{i=0}^n \frac{a_{i1}}{k_{i1}}}{T_1} + \sum_{i=0}^n \left[ \frac{D_{i1} k_{i1} T_1 h_{i1}}{2} + \frac{B_{i1}}{k_{i1} T_1} \sigma_{i1} \sqrt{k_{i1} T_1 + L_{i1}} f[z_{i1}(k_{i1} T_1)] \right] \tag{5}$$

El primer y segundo término representa el costo total de pedido que contiene  $n$  artículos, el tercero costo de mantenimiento de inventario y finalmente, el último elemento es el costo de escasez que se evalúa al final del ciclo en función del nivel de escasez.

La ecuación (6) representa el canal directo en línea

$$Min C(Q_{i2}, R_{i2}) = \sum_i \frac{A_{i2} D_{i2}}{Q_{i2}} + \sum_i h_{i2} \left[ \left( \frac{Q_{i2}}{2} \right) + (R_{i2} - \mu_{x_{i2}}) \right] + \sum_i \frac{B_{i2} D_{i2}}{Q_{i2}} \left[ \int_{R_{i2}}^{\infty} (x_{i2} - R_{i2}) f(x_{i2}) dx_{i2} \right] \tag{6}$$

El primer término al costo de pedido anual que es el costo de pedido multiplicado por el número de ciclos. El segundo término representa el costo anual de mantenimiento de inventario. El tercero representa el costo anual de pedidos pendientes que es igual al costo de pedidos pendientes multiplicado por el número esperado de unidades en escasez por ciclo.

Se define la función de escasez ESC en la ecuación (7) para la distribución normal con la siguiente expresión de acuerdo con el trabajo de [28]. Donde  $R_{i2} = \mu_{x_{i2}} + z_{i2} \sigma_{x_{i2}}$  es el punto de reorden y  $z_{i2} \sigma_{x_{i2}} = R_{i2} - \mu_{x_{i2}}$  el inventario de seguridad.

$$ESC(R_{i2}) = \int_{R_{i2}}^{\infty} (x_{i2} - R_{i2}) f(x_{i2}) dx_{i2} \tag{7}$$

En la ecuación (8) se establece la unción de escases en términos de factor de seguridad  $z$



$$ESC(R_{i2}) = \frac{\sigma_{x_{i2}}}{2} \left( \sqrt{1 + z_{i2}^2} - z_{i2} \right) \quad (8)$$

Remplazando ecuación (8) en ecuación (6)

$$C(Q_{i2}, z_{i2}) = \sum_i \frac{A_{i2} D_{i2}}{Q_{i2}} + \sum_i h_{i2} \left[ \left( \frac{Q_{i2}}{2} \right) + z_{i2} \sigma_{x_{i2}} \right] + \frac{B_{ij} D_{i2}}{Q_{i2}} \sum_i \left[ \frac{\sigma_{x_{i2}}}{2} \left( \sqrt{1 + z_{i2}^2} - z_{i2} \right) \right] \quad (9)$$

Una vez formulado el modelo matemático del problema en estudio, la siguiente etapa de un trabajo de IO consistió en desarrollar un procedimiento, por lo general en computadora, para obtener una solución a partir de este modelo [4]. Para esto se establecen las siguientes actividades. A partir de la revisión de literatura contemplada en la primera actividad de la Fase 1, se establecerá el algoritmo de solución más adecuado para adaptarlo al modelo planteado en la Fase 2. Posteriormente diseñar el algoritmo finalmente programarlo en lenguaje Matlab.

Para la solución del primer modelo del canal tradicional se parte de la solución del modelo determinista en la ecuación (10),  $\sqrt{T_{i1} + L_{i1}} \{f[z_{i1}(T_{i1})]\}$  donde

$$T_{det_{i1}} = \sqrt{\frac{2a_{i1}}{D_{i1} h_{i1}}} \quad (10)$$

Tomando de referencia los trabajos de [29] y [30] una de la solución aproximada se basa en la serie de expansión de Taylor para la solución de problema de reaprovisionamiento conjunto con demanda estocástica con costo de pedidos pendientes:

$$\sqrt{T_{i1} + L_{i1}} \{f[z_{i1}(T_{i1})]\} \approx b + b'(T_{i1} - T_{det_{i1}}) + \frac{b''(T_{i1} - T_{det_{i1}})^2}{2} \quad (11)$$

Donde la ecuación (12) y ecuación (13)

$$b = \sqrt{T_{det_{i1}} + L_{i1}} \{f[z_{i1}(T_{det_{i1}})]\} \quad (12)$$

$$b' = \frac{f[z_{i1}(T_{det_{i1}})]}{2\sqrt{T_{det_{i1}} + L_{i1}}} + \sqrt{T_{det_{i1}} + L_{i1}} z_{i1}(T_{det_{i1}}) \frac{h_{i1}}{B_{i1}} \quad (13)$$

$$b'' = \frac{z_{i1}(T_{det_{i1}}) h_{i1}}{\sqrt{T_{det_{i1}} + L_{i1}} B_{i1}} - \frac{f[z_{i1}(T_{det_{i1}})]}{4(T_{det_{i1}} + L_{i1})^{\frac{3}{2}}} - \frac{\sqrt{T_{det_{i1}} + L_{i1}} h_{i1}^2}{f[z_{i1}(T_{det_{i1}})] B_{i1}^2} \quad (13)$$

Definiendo así los componentes presentados en las ecuaciones (15), (16) y (17) para establecer la función final a

optimizar:

$$u_{i1} = a_{i1} + B_{i1} \sigma_{i1} (b - b' T_{det_{i1}} + \frac{b'' T_{det_{i1}}^2}{2}) \quad (14)$$

$$v_{i1} = D_{i1} h_{i1} + B_{i1} \sigma_{i1} b'' \quad (15)$$

$$w_{i1} = B_{i1} \sigma_{i1} (b' - b'' T_{det_{i1}}) \quad (16)$$

De acuerdo a [29] y [31] la ecuación (5) se puede representar así remplazando (15) (16) y (17).

$$CT = \frac{A_1}{T_1} + \frac{\sum_{i=0}^n \frac{u_{i1}}{k_{i1}}}{T_1} + \frac{T_1}{2} \sum_{i=0}^n k_{i1} v_{i1} + \sum_{i=0}^n w_{i1} \quad (17)$$

Al derivar a CT se obtiene la ecuación (19) para calcular a  $T_{i1}$

$$T_{i1}^* = \sqrt{\frac{2u_{i1}}{v_{i1}}} \quad (18)$$

Se establece entonces los siguientes pasos para la solución del problema partiendo de la base de que la ecuación (19) se asemeja a la solución determinista del JRP y se establecen los siguientes pasos:

1. Se calcula el  $T_{i1}^*$  para cada artículo, Identifique el artículo que se debe reponer con más frecuencia, que toma el multiplicador más pequeño que se define como s, es decir, 1.
2. Al relajar la restricción del número entero en el multiplicador relevante para los otros elementos, encuentre una primera estimación de la T óptima.
3.  $T'_{j1} = \sqrt{\frac{2(A1 + \sum_{i=1}^j u_{i1})}{\sum_{i=1}^j v_{i1}}} < T_{j1+1}$
4. Determine el multiplicador casi óptimo (entero) para los distintos artículos identificados en el Paso 1.
 
$$k_{i1} = 1 \quad i=1, \dots, s$$

$$k_{i1} = q \text{ (entero)}$$
5. Calcule la estimación real de la T óptima.

Donde  $F[z_{i1}(k_{i1} T_1)] = 1 - \frac{h_{i1}}{B_{i1}} k_{i1} T_1$  para determinar el nivel de escaez para el canal tradicional en términos de z y de esta manera definir el nivel de confianza.

De acuerdo con [29] una de las estrategias más eficiente para establecer el valor de  $T_1$  es la estrategia del poder del dos (Power of Two) donde se establece que  $k_{i1}=2^q$  para

$2^{q-0.5} \leq \frac{T_{i1}}{T_s} \leq 2^{q+0.5}$ . Partiendo de lo anterior se adapta el algoritmo propuesto por [29] en el que se establecen los siguientes pasos.

1. Para cada elemento  $i = s + 1, \dots, n$  determinan  $m_i$  y  $b_i$   

$$2^{m_{i1}-0.5} \leq \frac{T_{i1}}{\sqrt{0.5}T_s} < 2^{m_{i1}+0.5} \quad b_i = \frac{T_{i1}}{2^{m_{i1}-0.5}T_s}$$
2. Ordene los elementos en un orden no decreciente de  $b_i$
3. Resolver (20) y (19) hasta  $n-s-1$  combinaciones de multiplicadores. Empiece con  $(1, 1, \dots, 1, 2^{m_{s+1}}, 2^{m_{s+2}}, \dots, 2^{m_n})$  y dividir gradualmente el multiplicador correspondiente de 2 a  $2^{m_{i1}-1}$  según el orden de  $b_i$ ; se dividirá un multiplicador adicional a la vez. (Se llevará a cabo una reducción simultánea de multiplicadores solo cuando los elementos tienen el mismo valor  $b_i$ ).
4. Elija la combinación de multiplicadores que resulte en el costo más bajo.

Para la solución del segundo modelo de revisión continua del canal directo online se realizan la primera derivada de la función objetivo obteniendo la ecuación (21)

$$-\frac{A_{ij}D_{ij}}{Q_{ij}} + \frac{h_{ij}}{2} - \frac{B_{ij}D_{ij}}{Q_{ij}^2} \left[ \frac{\sigma_{x_{i2}}}{2} \left( \sqrt{1+z_{i2}^2} - z_{i2} \right) \right] = 0 \quad (19)$$

Despejando  $Q_{i2}$  de (21) se obtiene la ecuación (22)

$$Q_{i2} = \sqrt{\frac{2D_{i2} \left( A_{i2} + B_{i2} \left[ \frac{\sigma_{x_{i2}}}{2} \left( \sqrt{1+z_{i2}^2} - z_{i2} \right) \right] \right)}{h_{i2}}} \quad (20)$$

Derivando a (9) con respecto a  $z_{i2}$  e igualar a cero, se obtiene la ecuación (23) y (24)

$$\frac{\partial C}{\partial z_{i2}} = 0 \quad (21)$$

$$h_{i2} \sigma_{x_{i2}} + \frac{B_{i2} D_{i2}}{2 Q_{i2}} \left[ \sigma_{x_{i2}} \left( \frac{z_{i2}}{\sqrt{1+z_{i2}^2}} - 1 \right) \right] = 0 \quad (22)$$

Remplazando la ecuación (22) en la ecuación (24) se obtiene la ecuación (25)

$$\frac{B_{i2} D_{i2}}{2 \sqrt{\frac{2D_{i2} \left( A_{i2} + B_{i2} \left[ \frac{\sigma_{x_{i2}}}{2} \left( \sqrt{1+z_{i2}^2} - z_{i2} \right) \right] \right)}{h_{i2}}}} \left[ \sigma_{x_{i2}} \left( \frac{z_{i2}}{\sqrt{1+z_{i2}^2}} - 1 \right) \right] + h_{i2} \sigma_{x_{i2}} = 0 \quad (23)$$

Debido a la complejidad de despejar la variable se programó la función en  $z_{i2}$  en el software matemático Matlab con el fin de resolver la ecuación (25). Una vez se calcula  $z_{i2}$  se remplaza en (22) para determinar el valor de  $Q_{i2}$  y también el valor de  $a$  a partir de  $R_{i2} = \mu_{x_{i2}} + z_{i2} \sigma_{x_{i2}}$  posteriormente se remplazan en la ecuación de la función objetivo.

El algoritmo debe ser probado con el fin de determinar errores, y corregirlos. Para esto se plantea. Ejecutar el algoritmo y determinar si genera resultados validos de acuerdo con los parámetros, restricciones y función objetivo del problema.

### III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la formulación de los parámetros en el contexto de doble canal, se resalta las diferencias que existen entre los dos canales en términos de demanda, costos de inventario y perfiles de almacenamiento se toma en cuenta los siguientes criterios de acuerdo con la investigación de [2]. La demanda  $D1 > D2$  donde la demanda del canal tradicional es mayor que la demanda del canal Online al igual que el tamaño del pedido de las tiendas es mayor que el de los pedidos del canal directo en línea. El costo de pedido  $A1 > A2$  dado que en la etapa 1 se realiza los pedidos al proveedor el costo de pedido es mayor que el de la etapa 2. El costo de pedido pendiente  $B1 > B2$  el cual es mayor para el canal tradicional dado que está sujeto a contratos establecidos entre el fabricante y los minoristas, a diferencia de los pedidos del canal directo en línea que presenta flexibilidad en la entrega de los pedidos lo que representa un impacto económico menor para el fabricante.  $h2 > h1$ :  $h$  representa el costo de mantenimiento por artículo. El costo de mantenimiento del canal Online es más alto que el del canal fuera de línea (tiendas minoristas), ya que el espacio requerido para almacenar una unidad en el área de baja densidad en línea es mayor que el del área fuera de línea de alta densidad. En la tabla 1 se presenta un ejemplo numérico de los parámetros de entrada del canal tradicional y con el costo de pedido conjunto  $A1$  y en la tabla 2 se presenta un ejemplo numérico de los parámetros de entrada del canal online.

TABLA I  
EJEMPLO NUMÉRICO PARÁMETROS DEL CANAL TRADICIONAL

| Canal Tradicional |       |       |       |            |       |       |
|-------------------|-------|-------|-------|------------|-------|-------|
| Artículo          | $a_i$ | $h_i$ | $D_i$ | $\sigma_i$ | $L_i$ | $B_i$ |
| 1                 | 151   | 3,2   | 2900  | 4,83       | 0,07  | 73    |
| 2                 | 96    | 2,1   | 1850  | 3,08       | 0,07  | 46    |
| 3                 | 143   | 3,1   | 2750  | 4,58       | 0,07  | 69    |
| 4                 | 83    | 1,8   | 1600  | 2,67       | 0,07  | 40    |
| 5                 | 167   | 3,6   | 3200  | 5,33       | 0,07  | 80    |
| 6                 | 73    | 1,6   | 1400  | 2,33       | 0,07  | 35    |
| $A_1$             | =     | 300   |       |            |       |       |

Nota: Los datos representan los principales parámetros de entrada del modelo de revisión continua y se ajustan a de acuerdo con las características del canal tradicional. Adaptado

de [29].

TABLA II  
EJEMPLO NUMÉRICO PARÁMETROS DEL CANAL ONLINE

| Canal online |       |       |       |            |         |       |
|--------------|-------|-------|-------|------------|---------|-------|
| Artículo     | $a_i$ | $h_i$ | $D_i$ | $\sigma_i$ | $\mu_i$ | $B_i$ |
| 1            | 60    | 12    | 290   | 0,6        | 3,6     | 12    |
| 2            | 73    | 15    | 350   | 0,7        | 4,4     | 15    |
| 3            | 45    | 9     | 214   | 0,4        | 2,7     | 9     |
| 4            | 83    | 17    | 400   | 0,8        | 5,0     | 17    |
| 5            | 52    | 10    | 249   | 0,5        | 3,1     | 10    |
| 6            | 63    | 13    | 300   | 0,6        | 3,8     | 13    |

Nota: Los datos representan los principales parámetros de entrada del modelo de revisión continua y se ajustan a de acuerdo con las características del canal ONLINE. Adaptado de [2]

Para comparar el modelo propuesto con el modelo establecido por [2] se ajustan los parámetros de la tabla II planteados en la sección de ejemplos numéricos utilizado las ecuaciones (3) y (4) y establecer  $\bar{\mu}_{i1}$  y  $\bar{\sigma}_{i1}$  respectivamente para definir así los parámetros del modelo de revisión continua para el canal tradicional como se muestra en la tabla III.

TABLA III  
EJEMPLO NUMÉRICO PARÁMETROS CANAL TRADICIONAL REVISIÓN CONTINUA

| Canal Tradicional |       |       |        |                     |                  |       |
|-------------------|-------|-------|--------|---------------------|------------------|-------|
| Artículo          | $a_i$ | $h_i$ | $D_i$  | $\bar{\sigma}_{i1}$ | $\bar{\mu}_{i1}$ | $B_i$ |
| 1                 | 151   | 3,2   | 2900,0 | 4,8                 | 145,0            | 73    |
| 2                 | 96    | 2,1   | 1850,0 | 3,1                 | 92,5             | 46    |
| 3                 | 143   | 3,1   | 2750,0 | 4,6                 | 137,5            | 69    |
| 4                 | 83    | 1,8   | 1600,0 | 2,7                 | 80,0             | 40    |
| 5                 | 167   | 3,6   | 3200,0 | 5,3                 | 160,0            | 80    |
| 6                 | 73    | 1,6   | 1400,0 | 2,3                 | 70,0             | 35    |

A continuación, se presentan los resultados obtenidos para el canal tradicional bajo la estrategia de reaprovisionamiento conjunto con demanda estocástica y revisión continua canal online con demanda estocástica en la tabla IV; **Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

TABLA IV  
RESULTADOS DEL MODELO DE REAPROVISIONAMIENTO CONJUNTO DEL CANAL TRADICIONAL Y REVISIÓN CONTINUA CANAL ONLINE.

| Artículo | Canal tradicional |          | Canal Online |          |          | Costo total |
|----------|-------------------|----------|--------------|----------|----------|-------------|
|          | $k_{i1}$          | $Z_{i1}$ | $Q_{i2}$     | $R_{i2}$ | $Z_{i2}$ |             |
| 1        | 1                 | 2.409    | 54,629       | 4,106    | 0,797    |             |
| 2        | 1                 | 2.326    | 60,135       | 5,009    | 0,870    |             |
| 3        | 1                 | 2.400    | 46,802       | 2,978    | 0,680    |             |
| 4        | 1                 | 2.299    | 64,389       | 5,768    | 0,922    |             |
| 5        | 1                 | 2.427    | 50,548       | 3,495    | 0,738    |             |
| 6        | 1                 | 2.273    | 55,582       | 4,256    | 0,810    |             |
| $T_1$    | 0,0820            |          |              |          |          |             |
|          | Costo             | 6718,48  | Costo        | 4287,67  |          | 11006,15    |

Nota: se presenta el valor de  $T_1$  de reaprovisionamiento conjunto, los costos por cada canal y consto total de la política de inventario.

TABLA V  
RESULTADOS REVISIÓN CONTINUA PARA EL CANAL TRADICIONAL Y CANAL ONLINE

| Artículo | Canal tradicional |          |          | Canal online |          |          | Costo total |
|----------|-------------------|----------|----------|--------------|----------|----------|-------------|
|          | $Q_{i1}$          | $R_{i1}$ | $Z_{i1}$ | $Q_{i2}$     | $R_{i2}$ | $Z_{i2}$ |             |
| 1        | 547,72            | 171,0    | 5,38     | 54,63        | 4,11     | 0,80     |             |
| 2        | 431,28            | 107,39   | 4,83     | 60,14        | 5,00     | 0,87     |             |
| 3        | 532,34            | 161,85   | 5,31     | 46,80        | 2,98     | 0,68     |             |
| 4        | 399,61            | 92,42    | 4,66     | 64,39        | 5,77     | 0,92     |             |
| 5        | 577,53            | 189,37   | 5,51     | 50,55        | 3,50     | 0,74     |             |
| 6        | 372,6             | 80,52    | 4,51     | 55,59        | 4,256    | 0,810    |             |
|          | Costo             | 7978,06  |          | Costo        | 4287,67  |          | 12265,73    |

Nota: se presentan los costos por cada canal y consto total de la política de inventario

Para compara los resultados se estableció la ecuación (26) de gap entre los costos totales de cada estrategia de gestión de inventario.

$$GAP = \frac{Mayor - Menor}{Menor} \times 100 \tag{24}$$

De acuerdo con los resultados la diferencia que hay entre el modelo propuesto y en el que los dos canales tienen revisión continua como estrategia es aproximadamente de 11.44%, es decir con el modelo propuesto se reduce el costo de la política de inventarios un 11.44% esto se da principalmente por incluir la estrategia de reaprovisionamiento conjunto.

Si bien en estudios anteriores se han evaluado tanto la política de revisión periódica para los almacenes de cumplimiento online bajo una estrategia descentralizada enfocada a un solo canal, en la que se implementaba la estructura de almacén de doble canal para una zona de reserva y el área de alistamiento de pedidos, esta estrategia no contemplaba la unión de los dos canales en un mismo almacén por lo cual al tener una sola demanda el enfoque se basaba principalmente en como sincronizar el pedido del proveedor con las necesidades del área de preparación de pedidos online. Por otra parte, se encontró el enfoque de la política de revisión continua tanto para el canal tradicional y canal online bajo la estrategia centralizada para la gestión de inventario de los dos canales en un mismo almacén que en términos operativos es una alternativa funcional pero que puede provocar mayor exigencia en el área de reserva con trabajo más intensivo a medida que aumenta el número de artículos a gestionar lo cual se ve reflejado en los pedidos independientes que se tienen que hacer para reabastecer esta área

Por tal razón en este estudio se buscaba analizar como la estrategia de reaprovisionamiento conjunto se ajustaba a los entornos reales de gestión de suministros del minorista en la que se buscaba definir un valor de tiempo para el reaprovisionamiento conjunto de varios productos como se



realiza en entornos reales.

#### I.V. CONCLUSIONES

Este estudio examina la estructura del almacén de doble canal emergente y presenta un modelo de control de inventario para el almacén de doble canal para determinar el valor de tiempo de reaprovisionamiento conjunto y la frecuencia de activación individual de cada artículo para el área de almacenamiento de reserva que cumple con los pedidos de las tiendas minoristas además de reabastecer el área de almacenamiento exclusiva del canal online, donde se determina las cantidades de pedidos y los puntos de reorden para cada artículo en esta área de almacenamiento. El modelo propuesto toma en cuenta los costos de pedidos, los costos de mantenimiento de inventario y los costos de pedidos pendientes. Además, considera la demanda y la incertidumbre del plazo de entrega. Las soluciones de forma cerrada se desarrollan la sección del canal online con demanda estocástica y se presenta un algoritmo adaptado de la literatura que ofrece una aproximación de la mejor solución tomando la estrategia poder del dos (Power of Two) para establecer el valor aproximado de  $T$  de reaprovisionamiento canal tradicional.

Se observó que el modelo propuesto reduce el costo total de inventario, esto se debe principalmente a los costos relacionados con el canal tradicional en el que se reduce un 11.44% el valor de costo teniendo en cuenta que el costo del canal online tiene la misma estrategia de revisión continua.

En la revisión de estudios previos se observó el interés de la comunidad científica para el estudio de estos nuevos modelos de negocio que requieren un nuevo enfoque de gestión y desarrollo de alternativas para la toma de decisiones, el impacto operativo táctico y estratégico de estas nuevas operaciones, así como la nueva generación de estrategias de coordinación de canales en las que se definan nuevos tipos de contratos para que el beneficio de la cadena de suministro sea significativo

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Universidad de Investigación y Desarrollo-UDI por medio del Ingeniero Juan Camilo Gutiérrez (Líder del grupo de Investigación Sinergia) y a la directora de Investigación Lina Margarita Henao por el acompañamiento.

#### REFERENCIAS

- [1] R. Batarfi, M. Y. Jaber, and S. Zanoni, "Dual-channel supply chain: A strategy to maximize profit," *Appl. Math. Model.*, vol. 40, no. 21–22, pp. 9454–9473, 2016, doi: 10.1016/j.apm.2016.06.008.
- [2] F. Alawneh and G. Zhang, "Dual-channel warehouse and inventory management with stochastic demand," *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev.*, vol. 112, no. February 2018, pp. 84–106, 2018, doi: 10.1016/j.tre.2017.12.012.
- [3] S. Hernandez, M. Gutierrez, and S. de los Cobos, "Algoritmo recocado simulado-sección dorada para el problema de reaprovisionamiento multiproducto con demanda estocástica," 2010.
- [4] L. Hillier, Frederick S and G. J, *Introducción a la Investigación de Operaciones*, McGraw-Hil. 2010.
- [5] M. T. Karim and Q. Xu, "Review Dual-channel supply chain pricing and coordination," *Int. J. Busines Appl. Soc. Sci.*, vol. 4, no. 9, pp. 93–108, 2018, [Online]. Available: <http://ijbassnet.com/>
- [6] T. Boyaci, "Competitive stocking and coordination in a multiple-channel distribution system," *IIE Trans. (Institute Ind. Eng.)*, vol. 37, no. 5, pp. 407–427, 2005, doi: 10.1080/07408170590885594.
- [7] Q. Geng and S. Mallik, "Inventory competition and allocation in a multi-channel distribution system," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 182, no. 2, pp. 704–729, 2007, doi: 10.1016/j.ejor.2006.08.041.
- [8] Y. Xiong, W. Yan, K. Fernandes, Z. K. Xiong, and N. Guo, "Bricks vs. Clicks": The impact of manufacturer encroachment with a dealer leasing and selling of durable goods," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 217, no. 1, pp. 75–83, 2012, doi: 10.1016/j.ejor.2011.08.012.
- [9] M. Hoseini, M. M. S. Esfahani, F. Didehvar, and A. Haghi, "Inventory competition in a multi channel distribution system: The Nash and Stackelberg game," *Sci. Iran.*, vol. 20, no. 3, pp. 846–854, 2013, doi: 10.1016/j.scient.2013.05.005.
- [10] W. Y. K. Chiang and G. E. Monahan, "Managing inventories in a two-echelon dual-channel supply chain," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 162, no. 2, pp. 325–341, 2005, doi: 10.1016/j.ejor.2003.08.062.
- [11] R. W. Seifert, U. W. Thonemann, and M. A. Sieke, "Integrating direct and indirect sales channels under decentralized decision-making," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 103, no. 1, pp. 209–229, 2006, doi: 10.1016/j.ijpe.2005.06.006.
- [12] H. Teimory, H. Mirzahosseini, and A. Kaboli, "A mathematical method for managing inventories in a dual channel supply chain," *Int. J. Ind. Eng. Prod. Res.*, vol. 19, no. 4, pp. 31–37, 2008.
- [13] D. Q. Yao, X. Yue, S. K. Mukhopadhyay, and Z. Wang, "Strategic inventory deployment for retail and e-tail stores," *Omega*, vol. 37, no. 3, pp. 646–658, 2009, doi: 10.1016/j.omega.2008.04.001.
- [14] K. Takahashi, T. Aoi, D. Hirotsu, and K. Morikawa, "Inventory control in a two-echelon dual-channel supply chain with setup of production and delivery," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 133, no. 1, pp. 403–415, 2011, doi: 10.1016/j.ijpe.2010.04.019.
- [15] H. Zhang and C. Tian, "Inventory decisions of a dual-channel supply chain based on service level," *Int. Conf. Manag. Sci. Eng. - Annu. Conf. Proc.*, no. 71371093, pp. 294–300, 2014, doi: 10.1109/ICMSE.2014.6930243.
- [16] H. Davarzani and A. Norrman, "Toward a relevant agenda for warehousing research: literature review and practitioners' input," *Logist. Res.*, vol. 8, no. 1, 2015, doi: 10.1007/s12159-014-0120-1.
- [17] J. H. Kembro, A. Norrman, and E. Eriksson, "Adapting warehouse operations and design to omni-channel logistics: A literature review and research agenda," *Int. J. Phys. Distrib. Logist. Manag.*, vol. 48, no. 9, pp. 890–912, 2018, doi: 10.1108/IJPDLM-01-2017-0052.
- [18] R. Ishfaq and N. Bajwa, "Profitability of online order fulfillment in multi-channel retailing," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 272, no. 3, pp. 1028–1040, 2019, doi: 10.1016/j.ejor.2018.07.047.
- [19] R. Allgor, S. Graves, and P. J. Xu, "Traditional inventory models in an e-retailing setting: A two-stage serial system with space constraints," *Proc. 2004 SMA Conf.*, pp. 6–12, 2004.
- [20] P. J. Xu, "Order Fulfillment in Online Retailing: What Goes Where," *Mit*, 2005.
- [21] Y. Zhang and R. Wu, "Performance Evaluation of Green Construction Supply Chain based on improved BSC," *Proc. 2011 Int. Conf. Transp. Mech. Electr. Eng. TMEE 2011*, pp. 212–215, 2011, doi: 10.1109/TMEE.2011.6199182.
- [22] F. Alawneh and G. Zhang, "Dual-channel warehouse and inventory management with stochastic demand," *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev.*, vol. 112, no. February 2017, pp. 84–106, 2018, doi: 10.1016/j.tre.2017.12.012.
- [23] N. A. H. Agatz, M. Fleischmann, and J. A. E. E. van Nunen, "E-fulfillment and multi-channel distribution - A review," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 187, no. 2, pp. 339–356, 2008, doi: 10.1016/j.ejor.2007.04.024.
- [24] A. Hübner, A. Holzapfel, and H. Kuhn, "Operations management in multi-channel retailing: an exploratory study," *Oper. Manag. Res.*, vol. 8, no. 3–4, pp. 84–100, 2015, doi: 10.1007/s12063-015-0101-9.
- [25] A. Hübner, A. Holzapfel, and H. Kuhn, *Distribution systems in omni-channel retailing*, vol. 9, no. 2. 2016. doi: 10.1007/s40685-016-0034-7.
- [26] S. de los Cobos, M. Gutierrez, J. Goddard, and B. Perez, "Una caracterización sobre las soluciones para el problema de reaprovisionamiento conjunto," vol. 13, no. 2, pp. 117–124, 2006.
- [27] F. Alawneh and G. Zhang, "Dual-channel warehouse and inventory management with stochastic demand," *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev.*, vol. 112, pp. 84–106, 2018, doi: 10.1016/j.tre.2017.12.012.
- [28] A. Kundu and T. Chakrabarti, "A multi-product continuous review

inventory system in stochastic environment with budget constraint,” *Optim. Lett.*, vol. 6, no. 2, pp. 299–313, 2012, doi: 10.1007/s11590-010-0245-3.

- [29] A. Eynan and D. H. Kropp, “Effective and simple EOQ-like solutions for stochastic demand periodic review systems,” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 180, no. 3, pp. 1135–1143, 2007, doi: 10.1016/j.ejor.2006.05.015.
- [30] M. Braglia, D. Castellano, and D. Song, “Distribution-free approach for stochastic Joint-Replenishment Problem with backorders-lost sales mixtures, and controllable major ordering cost and lead times,” *Comput. Oper. Res.*, vol. 79, pp. 161–173, 2017, doi: 10.1016/j.cor.2016.11.002.
- [31] M. Braglia, D. Castellano, and M. Frosolini, “Joint-replenishment problem under stochastic demands with backorders-lost sales mixtures, controllable lead times, and investment to reduce the major ordering cost,” *J. Oper. Res. Soc.*, vol. 67, no. 8, pp. 1108–1120, 2016, doi: 10.1057/jors.2016.13.



**Fabian Alexander Torres Cárdenas.** Ingeniero Industrial graduado en 2018 por la Universidad Industrial de Santander -UIS (Colombia). Se tituló en 2020 como Magíster en Ingeniería Industrial por la Universidad Industrial de Santander -UIS. Docente tiempo completo de la Universidad de Investigación y Desarrollo-UDI. Sus áreas de interés son la gestión de la cadena de suministro, simulación de sistemas productivos y logísticos. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1781-5380>



**Víctor Alfonso Sanabria Ruiz.** Ingeniero Industrial graduado en 2017 por la Universidad Industrial de Santander -UIS (Colombia). Se tituló en 2020 como Magíster en Ingeniería Industrial por la Universidad Industrial de Santander -UIS. Docente tiempo completo de la Universidad de Investigación y Desarrollo-UDI. Sus áreas de interés son Big Data y logística humanitaria. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8065-8894>